

Dispersionseigenschaften magnetischer Fluktuationen auf ionenkinetischen Skalen in der Sonnenwindturbulenz

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina

zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften

(Dr. rer. nat.)

genehmigte

Dissertation

von Christopher Perschke

aus Zehdenick

1. Referentin oder Referent: PD Dr. Yasuhito Narita
2. Referentin oder Referent: Prof. Dr. Karl-Heinz Glaßmeier
eingereicht am: 15. Juli 2016
mündliche Prüfung (Disputation) am: 13. Oktober 2016
Druckjahr: 2016

Veröffentlichungen

Teilergebnisse aus dieser Arbeit wurden mit Genehmigung der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik, vertreten durch den Mentor der Arbeit, in folgenden Beiträgen vorab veröffentlicht und sind teilweise aus Vorarbeiten der Masterarbeit entstanden.

Publikationen

Perschke, C., Narita, Y., Gary, S. P., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2013, Dispersion relation analysis of turbulent magnetic field fluctuations in fast solar wind, *Ann. Geophys.*, 31, 1949–1955

Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2014, Multi-spacecraft Observations of Linear Modes and Sideband Waves in Ion-scale Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J. Lett.*, 793, L25

Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2016, Observational test for random sweeping model in solar wind turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 125101

Tagungsbeiträge

Perschke, C. und Narita, Y., Statistical analysis of dispersion relations in turbulent solar wind fluctuations using Cluster data, (Poster), AGU-Jahrestagung, San Francisco, USA, 2012

Perschke, C., Project A3: Alfvénic impact on heliospheric plasma turbulence – Progress, ongoing work and perspectives, (Vortrag), SFB 963 Retreat, Luisental, Deutschland, 2012

Perschke, C., Dispersion relation characteristics in solar wind turbulence – Cluster Observations, (Vortrag), 3rd IWF Turbulence Workshop, Graz, Österreich, 2013

Perschke, C., The WHAMP code and dispersion relation analysis in solar wind turbulence, 4th IWF Turbulence Workshop, (Vortrag), Graz, Österreich, 2014

Perschke, C., Observations of linear modes and sideband waves in solar wind turbulence using Cluster spacecraft observations, (Vortrag), IWF Kolloquium, Graz, Österreich, 2014

Inhaltsverzeichnis

Veröffentlichungen	iii
Zusammenfassung	xiii
Conclusion	xv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Hydrodynamische Turbulenz und Kolmogorov-Phänomenologie	4
1.3 Der Sonnenwind	6
1.4 Charakteristika der Sonnenwindturbulenz	8
1.4.1 Frequenzspektrum der Sonnenwindfluktuationen	8
1.4.2 Eigenschaften auf magnetohydrodynamischen Skalen	10
1.4.3 Eigenschaften auf ionenkinetischen Skalen	14
1.5 Dispersionsrelationen und schwache Turbulenz in Vlasov-Plasmen	14
1.5.1 Normalmoden und kohärente Strukturen	16
1.5.2 Schwache nichtlineare Wellen-Wellen-Wechselwirkungen	18
2 Daten und Methoden	21
2.1 Cluster Mission und Instrumentierung	21
2.1.1 Das Fluxgate-Magnetometer FGM	23
2.1.2 Das Ion Spectrometry Experiment CIS	24
2.2 Wellenvektor-Filter	25
2.2.1 Combined-Wavetelescope-MUSIC Methode CWM	28
2.3 Anwendung auf Cluster-Messungen im Sonnenwind	28
2.3.1 Limitierungen durch Satellitenkonfiguration	28
2.3.2 Datenauswahl und Trennung von Signal und Rauschen	31
3 Klassifizierung von Normal- und Nichtnormalmoden	35
3.1 Modifikation der Dispersionsrelationen	35
3.2 Analyse	36
3.2.1 Dispersionsanalyse	37
3.2.2 Berechnung der Normalmoden	39
3.2.3 Moden-Assoziation	41
3.3 Ergebnisse	41
3.4 Diskussion	42

4	Vergleich von Beobachtungen mit dem Random-Sweeping-Modell	47
4.1	Das Random-Sweeping-Modell der idealen MHD-Turbulenz	48
4.1.1	Skalierung der Standardabweichung	51
4.2	Dispersionsanalyse	53
4.3	Frequenz-Wellenzahl-Spektrum	56
4.3.1	Wellenvektoreigenschaften	56
4.3.2	Dispersionsdiagramm	56
4.3.3	Wellenzahl-Spektrum und Random-Sweeping-Funktion	58
4.4	Diskussion	63
4.4.1	Wellenzahl-Spektren	63
4.4.2	Häufigkeitsverteilung	63
4.4.3	Random-Sweeping-Funktion der Sonnenwindturbulenz	63
4.4.4	Eigenschaften des modellierten Frequenz-Wellenzahl-Spektrums	66
5	Diskussion und Ausblick	69
5.1	Beobachtung diskreter Wellen	69
5.2	Wellenvektor-Verteilung	70
5.3	Dispersionseigenschaften	73
5.4	Erweitertes Bild der Wellenturbulenz	74
A	Anhang	77
A.1	Das Wellenteleskop	77
A.2	MUSIC Algorithmus	78
A.3	Multi-Point-Signal-Resonator Technik	80
	Literaturverzeichnis	83
	Danksagung	91
	Curriculum Vitae	93

Abbildungsverzeichnis

1.1	Dispersionsdiagramm schneller Sonnenwind	3
1.2	Spektrum der Fluidturbulenz	5
1.3	Schema Sonnenwindspektrum	9
1.4	Zeitreihe mit großer Richtungsvariation	13
1.5	Dispersionsrelationen	18
1.6	Resonanzbedingungen	19
2.1	Cluster-Satelliten	22
2.2	Cluster-Orbits	22
2.3	FGM-Sensoren und DPU	23
2.4	CIS Instrumente CODIF und HIA	25
2.5	Schematischer Aufbau CODIF und HIA	26
2.6	Vergleich Wellenteleskop-, MSR- und CWM-Spektrum	29
2.7	Einfluss Satellitenkonfiguration	30
2.8	Zeitreihen schneller Sonnenwind	31
2.9	Rauschsignal-Zeitreihe und -Spektrum	32
2.10	Dispersionsdiagramm Rauschsignal	33
3.1	Brechungsindex bei variierendem Hintergrund	36
3.2	Verbreiterung der Dispersionsrelationen	37
3.3	Zeitreihe	38
3.4	Frequenzspektren	40
3.5	Querschnitt Wellenzahlspektrum	40
3.6	Dispersionsdiagramme	43
3.7	Histogramm θ_{kB}	44
3.8	Histogramm ϕ	44
3.9	Häufigkeitsverteilung	45
3.10	Ergebnis Modenklassifizierung	46
4.1	Schema Random-Sweeping	53
4.2	Histogramme verschiedener Sonnenwindparameter	55
4.3	Winkelverteilung θ_{kB}	56
4.4	Azimutwinkelverteilung	57
4.5	Häufigkeitsverteilung	57
4.6	Überlagerte Wellenzahl-Spektren	59
4.7	Wellenzahl-Exponenten	59

4.8	Frequenz-Wellenzahl-Verteilung	60
4.9	Querschnitte der Verteilung	61
4.10	Maxima der Frequenzverteilungen	61
4.11	Einfluss der Auflösung	62
4.12	Einfluss der Geschwindigkeitsfluktuationen	62
4.13	Vergleich Häufigkeitsverteilungen	64
4.14	Dispersionsdiagramme langsamer und schneller Sonnenwind	66
4.15	Modellspektrum im Spacecraft-System $E(\omega_{sc}, k)$	67
4.16	Kinetische Energie	68
5.1	Wellenvektorverteilung senkrecht zu \mathbf{B}_0	70
5.2	Scheinbare Winkelanisotropie	72
5.3	Vergleich der Modellspektren	74

Tabellenverzeichnis

1.1	Sonnenwindparameter	6
2.1	Arbeitsbereiche Fluxgate-Magnetometer	24
3.1	Parameter von neun Sonnenwindintervallen	39
4.1	Standardabweichungen für verschieden Modelle	52
4.2	Sonnenwindparameter von 31 Intervallen	54

Abkürzungsverzeichnis

CIS	Cluster Ion Spectrometry Experiment
CODIF	Cold Ion Analyzer
CPN	Capon
CWM	Combined-Wavetelescope-MUSIC
EM	Extended MUSIC
FGM	Cluster Fluxgate Magnetometer
HB	Helium-Alpha-Bernstein-Mode
HIA	Hot Ion Analyzer
KAW	kinetische Alfvén-Mode
MHD	Magnetohydrodynamik
MS	magnetosonische Mode
MSR	Multi-Point-Signal-Resonator
MUSIC	Multiple Signal Decomposition
PB	Proton-Bernstein-Mode
re	Index mitbewegtes System
sc	Index spacecraft System
WT	Wellenteleskop

Zusammenfassung

Der Sonnenwind zeichnet sich durch turbulente Fluktuationen in der Plasmageschwindigkeit sowie dem magnetischen und elektrischen Feld über viele Größenordnungen aus. In der Beschreibung der schwachen Turbulenz, die durch kleine Fluktuationen bzgl. der Hintergrundgrößen charakterisiert ist, wird Energie aufgrund der schwachen Wechselwirkung von Wellen von großen zu kleinen Skalen kaskadiert. Die Wellen behalten dabei ihre charakteristischen Dispersionsrelationen, die eine eindeutige Beziehung zwischen Frequenz und Wellenvektor darstellt.

In dieser Doktorarbeit werden *in-situ* Magnetfeld- und Plasmadaten der Multi-Satelliten Mission CLUSTER genutzt um die Dispersionseigenschaften der magnetischen Fluktuationen auf ionenkinetischen Skalen zu untersuchen. Die Beobachtung dieser Eigenschaften ist durch die unabhängige Bestimmung von Frequenzen und Wellenvektoren ohne die Annahme der Taylor-Hypothese direkt möglich.

Die Ergebnisse zeigen einheitlich quasi-senkrechte Wellenvektoren bzgl. des Hintergrundmagnetfelds und gestreute Frequenzen bei Wellenlängen vergleichbar zur Ionenträgheitslänge. Die beobachteten Wellen decken zwar Frequenz- und Wellenzahlbereiche verschiedener möglicher Normalmoden ab, lassen aber keine eindeutige Identifikation mit diesen zu. Um die Streuung zu erklären, werden in dieser Arbeit zwei Effekte betrachtet, die in der turbulenten Strömung des Sonnenwindes die Dispersionsrelationen der Normalmoden modifizieren und somit zur Frequenzstreuung führen können.

Die erste Studie berücksichtigt die lokal variierenden Hintergrundgrößen wie Dichte, Temperatur und Hintergrundmagnetfeld bei der Berechnung der verschiedenen theoretischen Dispersionsrelationen. Im Vergleich mit diesen verbreiterten Dispersionsästen können 60% der detektierten Wellen mit Normalmoden assoziiert werden, die restlichen 40% der Wellen jedoch nicht. Somit erklären die variierenden Hintergrundparameter nur einen Teil der Frequenzstreuung.

In der zweiten Studie wird nicht nur die Häufigkeit sondern auch die spektrale Energiedichten der einzelnen Wellen in der Analyse berücksichtigt. Die somit beobachtete Frequenzstreuung entspricht einer um Null zentrierten Gauß-Verteilung und zeigt damit Ähnlichkeit zur Frequenzverbreiterung durch die zufällige Advektion kleinskaliger Wellen durch die Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen großskaliger Wellen und Wirbel (Random-Sweeping). Die Standardabweichung der beobachteten Verteilung skaliert dabei stärker mit der Wellenzahl als von verschiedenen Modellen der hydro- und magnetohydrodynamischen erwartet und zeigt, dass die zufällige Advektion in der Sonnenwindturbulenz auf ionenkinetischen Skalen sehr viel stärker ist.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass die kleinen magnetischen Fluktuationen bei ionenkinetischen Skalen durch die hohe statistische Sicherheit der Analyse als langlebige und kohärente Wellen interpretiert werden können. Aufgrund der großskaligen Fluktuationen, die diese kleinskaligen Wellen zufällig advektieren, existiert jedoch kein einheitliches Referenzsystem, in dem die Dispersionsrelationen klar erkennbar sind. Die Konzentration der Verteilung um sehr kleine Frequenzen deutet darauf hin, dass Null-Frequenz- (Wirbel und Filamente) oder die kinetische Alfvén-Mode die dominierenden Komponenten des Wellenfeldes sind. Andere, höherfrequente Moden sind jedoch nicht ausgeschlossen. Die starke und systematische Frequenzverbreiterung zeigt, dass Normalmoden und Seitenbandwellen bei Beschreibung der Sonnenwindturbulenz auf ionenkinetischen Skalen berücksichtigt werden müssen, da Energie nicht nur entlang der Dispersionsrelationen kaskadiert wird.

Conclusion

The solar wind is characterized by turbulent magnetic field and plasma fluctuations on a broad range of scales. In the scenario of weak turbulence, which is characterized by small fluctuations, energy is believed to be cascaded from larger to smaller scales due to weak wave-wave-interactions of normal modes, which retain their dispersion relations.

In this thesis, *in-situ* magnetic field and plasma measurements from the CLUSTER spacecraft are used to obtain frequencies and wave vectors of magnetic field fluctuations on the ion kinetic scales. The four spacecraft allow the determination of these quantities in the plasma rest frame without using Taylor hypothesis. The results show scattered frequencies at wavelengths around the ion inertial length that cover wave number and frequency ranges of different normal modes but without clear connection to them. In order to explain this scattering, two effects of the turbulent environment that will modify the dispersion relations are investigated.

The first study considers locally varying background conditions of the ion density and temperature as well as the background magnetic field in computing the theoretical dispersion relations of different normal modes. About 60% of the observed waves are associated with these normal modes by comparing the frequencies and wavenumbers of the detected waves with the computed dispersion relations. However, 40% of the population are sideband waves and cannot be associated with normal modes. Thus, varying conditions could only partly explain the frequency scattering.

In the second study, the dispersion relation analysis is improved and takes the wave energy into account. The observed Gaussian frequency distribution around zero frequencies shows evidence of frequency broadening due to large waves and eddies by a test for random-sweeping model. This model describes the broadening as the result of the random advection of small scale waves due to large scale fluctuations. The observed standard deviation of the broadening scales stronger with the wavenumber than predicted from the hydro- and ideal magnetohydrodynamic turbulence models and may be a consequence of a stronger and more complex sweeping in plasma turbulence at ion kinetic scales.

In summary, solar wind turbulence exhibits small fluctuations on ion kinetic scales that can be associated with waves due to the high statistical significance in the spectrum. However, their dispersion relations in the co-moving frame are strongly affected by the random sweeping due to large scale fluctuations. The frequency distribution suggests the zero-frequency and low frequency kinetic Alfvén waves as a main constituents in solar wind turbulence but also higher frequency waves are possible. The strong and systematic frequency broadening shows that normal modes and sideband waves must be considered in the wave picture of solar wind turbulence on the ion kinetic scales.

1 Einleitung

1.1 Motivation

Plasmaturbulenz ist ein Phänomen, das in zahlreichen astrophysikalischen Systemen unterschiedlichster Größe vorkommt, da sich ca. 99% der sichtbaren Materie im Universum im ionisierten Zustand, dem sogenannten *Plasma*, befindet. Dieses bezeichnet ein Gas aus freien elektrischen Ladungsträgern und eventuellen Neutralgasteilchen, für welches folgende Eigenschaften gelten (Motschmann 2015):

1. Die *Quasi-Neutralität*, d.h., dass sich für ein ausreichend großes Volumen alle Ladungen neutralisieren.
2. Die räumliche Ausdehnung ist groß gegenüber der Debye-Länge, welche die Skala vorgibt, bei der sich die Coulomb-Potentiale gegensätzlich geladener Teilchen effektiv abschirmen.
3. Der mittlere Abstand der Teilchen ist klein gegenüber der Debye-Länge, so dass die kollektive Abschirmung groß ist und die Plasmateilchen nicht an das Coulomb-Potential ihrer Nachbarn gebunden sind; sie können deswegen als freie Ladungsträger betrachtet werden.

Turbulentes Verhalten zeichnet sich durch chaotische, nicht vorhersagbare aber deterministische Fluktuationen in Strömungen und einer Energiekaskade aus, bei der Energie von großen zu kleinen Skalen über nichtlineare Prozesse transferiert wird. In einem Plasma kann die Energie in Form von kinetischer, magnetischer und elektrischer Energie kaskadiert und dissipiert werden. Plasmaturbulenz findet sich in Systemen hoher Dichte in stellaren Konvektionszonen und Atmosphären, wie auch bei Plasmen geringer Dichte und damit stoßfreien Strömungen wie dem Sonnenwind, stellaren Winden und im interstellaren Medium (Bruno und Carbone 2013). In Akkretionsscheiben ermöglicht die Turbulenz der ionisierten Staubeilchen die Planetenentstehung (Biskamp 2003).

Der Sonnenwind bietet als natürliches Turbulenzlabor eines stoßfreien Plasmas die Möglichkeit, die physikalischen Prozesse und Eigenschaften der Plasmaturbulenz mit *in-situ* Messungen zu studieren. Im Bild der quasi-linearen, schwachen Turbulenz (Nicholson 1983) wechselwirken Wellen mit festen Dispersionsrelationen (Normalmoden) schwach miteinander und erzeugen so neue Wellen mit anderen Wellenzahlen und Frequenzen, wodurch die Energie zu verschiedenen Skalen transportiert wird. In einem solchen einfachen Wellenmodell setzen sich die gemessenen Variationen (Frequenzen bzw. Kreisfrequenzen

$2\pi f_{sc} = \omega_{sc}$) im *Spacecraft*-System (Index *sc*) aus der Dispersionsrelation $\omega_{re}(\mathbf{k})$ im mitbewegten System (Index *re*) und der Dopplerverschiebung der Welle mit Wellenvektor \mathbf{k} durch die Hauptströmung des Sonnenwinds \mathbf{V}_{SW} zusammen

$$\omega_{sc}(\mathbf{k}) = \omega_{re}(\mathbf{k}) + \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{SW}. \quad (1.1)$$

Die CLUSTER-Satelliten bieten die Möglichkeit, die Sonnenwindturbulenz im Frequenz- und Wellenvektorraum zu untersuchen. Fluktuationen auf ionenkinetischen Skalen sind durch Wellenzahlen im Bereich der inversen Ionenträgheitslänge V_A/Ω_p charakterisiert, wobei V_A die Alfvén-Geschwindigkeit und Ω_p die Protonengyrationsfrequenz sind.

Dispersionsanalysen von Narita et al. (2011a) und Perschke et al. (2013) (Abb.1.1) zeigen eine starke Frequenzstreuung ($0 \lesssim \omega_{re}/\Omega_p \lesssim 6$) im ionenkinetischen Bereich ($0,1 \leq kV_A/\Omega_p \lesssim 3$) und senkrechte Wellenvektoren. Ein qualitativer Vergleich mit den verschiedenen Normalmoden zeigte, dass deren Frequenz- und Wellenzahlbereiche abgedeckt werden, es jedoch keine Konzentration um die Dispersionsrelationen dieser Moden gibt.

Ziel dieser Doktorarbeit ist, die Frequenzstreuung kohärenter Wellenstrukturen in der Sonnenwindturbulenz eingehender zu untersuchen. Ausgehend vom qualitativen Vergleich zwischen Normalmoden und detektierten Wellen im Dispersionsdiagramm wird in Kapitel 3 die Modifikation der Dispersionsrelationen von Normalmoden durch variierende Hintergrundbedingungen berücksichtigt und die beobachteten Wellen nach Normal- und Nichtnormalmoden klassifiziert.

In Kapitel 4 wird das Random-Sweeping-Modell der Fluidturbulenz sowie der idealen MHD vorgestellt, welches eine Frequenzverbreiterung auf kleinen Skalen aufgrund der großskaligen Magnetfeld- und Geschwindigkeitsfluktuationen beschreibt. Aus der Analyse von 31 Sonnenwindintervallen wird ein statistisches, zweidimensionales Frequenz-Wellenzahl-Spektrum erstellt und dieses mit dem Random-Sweeping-Modell der hydro- und magnetohydrodynamischen Turbulenz verglichen. Abschließend werden die Konsequenzen für das Modell der schwachen Turbulenz im Sonnenwind diskutiert.

Die Beschreibung der Fluktuationen des Sonnenwinds am Erdorbit ist eng mit der Fragestellung verbunden, ob sich der Sonnenwind im Zustand *voll entwickelter* Turbulenz befindet und was diesen schließlich auszeichnet. Zur Einführung dieses und weiterer Begriffe sowie zur Betonung der Unterschiede zwischen Sonnenwind- und hydrodynamischer Turbulenz wird zunächst die Phänomenologie der hydrodynamischen Turbulenz vorgestellt. Anschließend werden der Sonnenwind und die Fluktuationseigenschaften auf verschiedenen Skalen präsentiert und am Ende dieses Kapitels das Konzept der schwachen Wellen-Wellen-Wechselwirkung und die möglichen Normalmoden im ionenkinetischen Bereich beschrieben. In Kapitel 2 werden die CLUSTER Satelliten und die Analysemethoden vorgestellt.

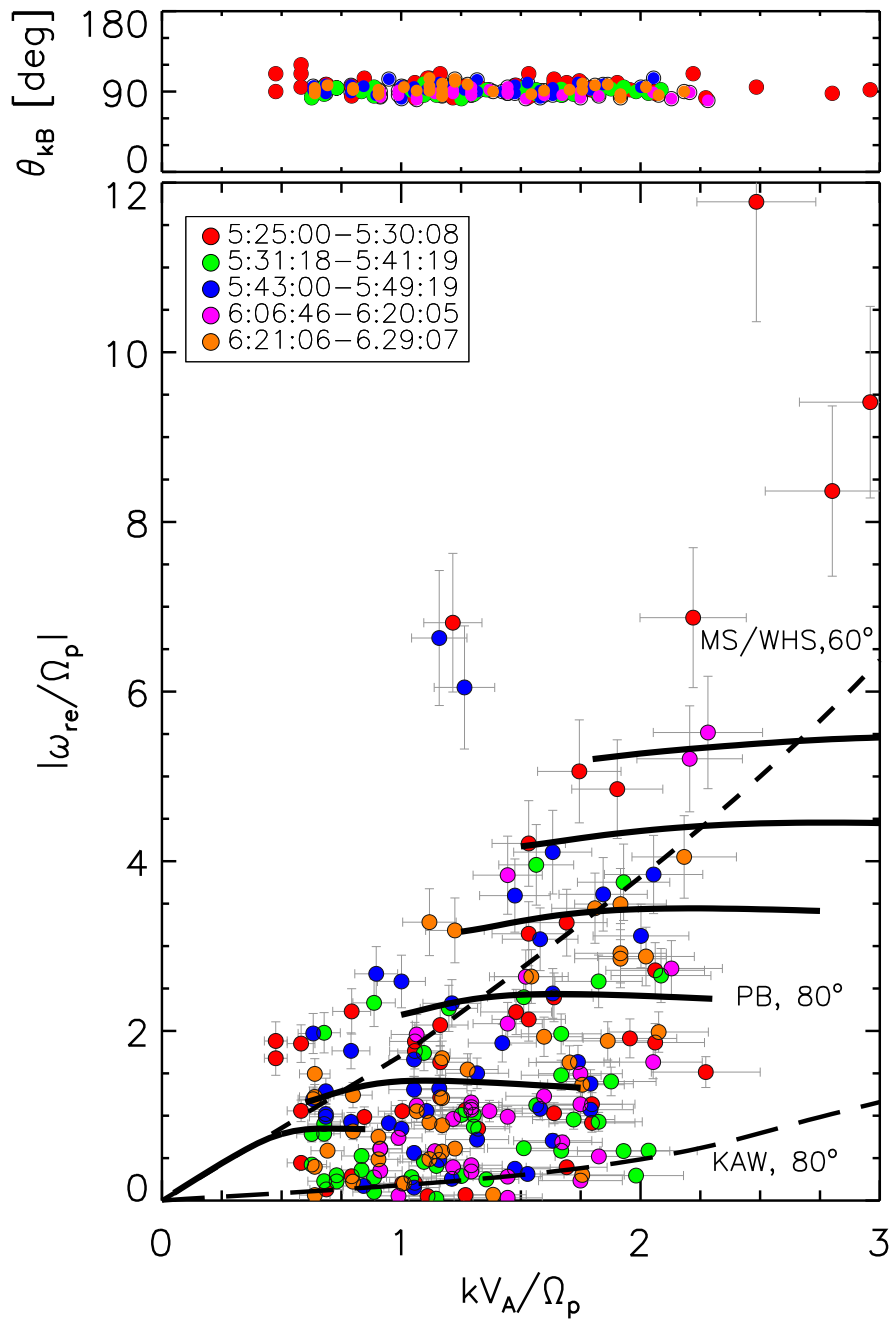


Abbildung 1.1: Winkelverteilung (oben) und Dispersionsdiagramm (unten) für ein den schnellen Sonnenwind aus der Analyse von Perschke et al. (2013). Der Winkel θ_{kB} zwischen detektierten Wellenvektoren und Hintergrundfeld \mathbf{B}_0 ist um 90° konzentriert. Die Frequenzstreuung nimmt mit steigender Wellenzahl zu und deckt Frequenz- und Wellenzahlbereiche verschiedener Normalmoden (kinetische Alfvén-Mode (KAW), Proton-Berstein-Mode (PB) und magnetosonische Whistler-Mode (MS/WHS)) ab.

1.2 Hydrodynamische Turbulenz und Kolmogorov-Phänomenologie

Hydrodynamische Turbulenz ist ein sehr vertrautes Phänomen auf der Erde, da sie häufig in Flüssigkeiten und Gasen zu beobachten ist. Dabei erscheint die Formation und genaue Bewegung der wirbelähnlichen Strukturen jedoch immer willkürlich und unvorhersagbar.

Die Dynamik des Strömungs- oder Geschwindigkeitsfeldes $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ eines inkompressiblen, elektrisch neutralen Fluids wird durch die Navier-Stokes-Gleichung

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.2)$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.3)$$

mit Dichte ρ , Druck p und kinematischer Viskosität ν beschrieben. Der nichtlineare Term $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ beschreibt die konvektive Beschleunigung und verursacht die nicht vorhersagbaren Strukturen. Dieser kann jedoch durch den Viskositätsterm auf der rechten Seite von Gl. 1.2 kompensiert werden. Das Verhältnis dieser beiden Terme ist als *Reynoldszahl* definiert:

$$\text{Re} = \frac{(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}}{\nu \nabla^2 \mathbf{u}} \sim \frac{UL}{\nu}. \quad (1.4)$$

Hierbei wurden eine für das System charakteristische Geschwindigkeit $|\mathbf{u}| \rightarrow U$ und Längenskala $\nabla \rightarrow L^{-1}$ eingeführt. Bei hoher Viskosität, d. h. kleiner Reynoldszahl, werden Störungen der laminaren Strömung gedämpft. Bei geringer Viskosität und damit großer Reynoldszahl dominiert das nichtlineare Verhalten.

Werden die Fluktuationen im Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung gemessen und mit Längenskalen ℓ verknüpft, so zeigt sich im Spektralbereich $k \sim \ell^{-1}$ mehr Systematik durch ein potenzmäßig abfallendes Energiespektrum $E(k) \sim k^{-5/3}$. Die Fluktuationen zeigen keine ausgezeichnete Richtung (isotropes Verhalten) sodass die spektrale Fluktuationsenergie ausschließlich von der Wellenzahl k abhängt. Im Spektralbereich lässt sich die Fluidturbulenz in drei Phasen bzw. Bereiche einteilen (Abb. 1.2).

1. **Injektionsbereich.** Auf den größten Skalen des Systems wird kinetische Energie in das System eingebracht, welche die laminare Strömung stört und durch Scherungen zwischen den Fluidelementen Instabilitäten anregt (z.B. Kelvin-Helmholtz-Instabilität), welche erste Wirbel der Größe $\ell_i \sim k_i^{-1}$ entstehen lassen.
2. **Inertialbereich.** Die kinetische Energie der Wirbel wird im Inertialbereich durch Wirbelspaltung zu immer kleineren Skalen transportiert. Dieser Prozess wird als Energiekaskade bezeichnet. Die spektrale Energie $E(k)$ skaliert dabei mit der Größe der Wirbel: $E(k) \sim k^{-5/3}$. Diese Skalierung wurde als erstes von Kolmogorov (1941) phänomenologisch beschrieben. In dieser Phänomenologie betrachtet man zunächst die *Eddy-turnover time*

$$\tau = \frac{\ell}{u}, \quad (1.5)$$

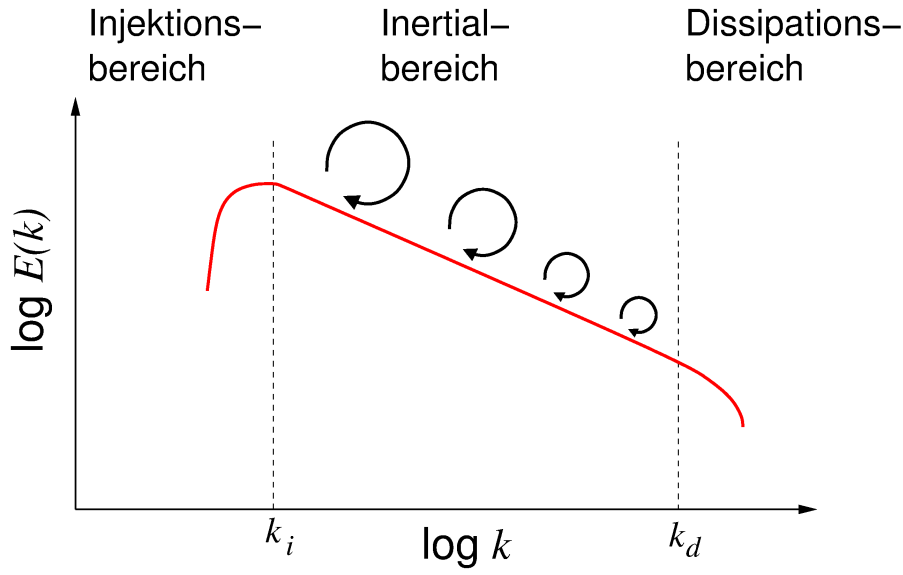


Abbildung 1.2: Spektrum der voll entwickelten Fluidturbulenz. Kinetische Energie wird auf Skalen des Injektionsbereichs in das System gebracht, über Wirbelteilung zu kleineren Skalen kaskadiert und schließlich in Form von Wärme dissipiert.

mit (Wirbel-)Geschwindigkeit u und Längenskale ℓ . Sie gibt die nichtlineare Zeitskala vor und beschreibt, wie lange ein Wirbel bestehen bleibt, bevor er zerfällt. Weitere Größen sind die Energie

$$E \sim u^2 \quad (1.6)$$

und die Energietransferrate

$$\varepsilon = \frac{dE}{dt} \sim \frac{E}{\tau} \sim \frac{u^2}{\tau}. \quad (1.7)$$

Eine wichtige Annahme von Kolmogorov (1941) ist, dass die Energietransfer im Inertialbereich konstant ist. Somit folgt aus Gl. (1.7) und (1.5):

$$u \sim (\varepsilon k)^{-1/3}. \quad (1.8)$$

Die Energie entspricht der Integration der spektralen Energie $E \sim E(k)dk$. Auf logarithmischen Skalen kann $dk \propto k$ gesetzt werden, so dass

$$E \sim E(k)k. \quad (1.9)$$

Für die Energie im Wellenzahlbereich ergibt sich somit das bekannte Kolmogorov-Spektrum

$$E(k) = C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (1.10)$$

wobei C_K die Kolmogorov-Konstante ist.

3. **Dissipationsbereich.** Auf der Skale $\ell_d \sim k_d^{-1}$, erreichen die Wirbel eine Größe, bei der diese nicht mehr durch die Scherung der Fluidelemente beeinflusst werden, sondern deren gerichtete kinetische Energie durch Stöße mit den Atomen oder Molekülen in Wärme dissipiert wird.

Das oben beschriebene Spektrum gilt für sehr große Reynoldszahlen ($Re \rightarrow \infty$) und entspricht dem der voll entwickelten Turbulenz, bei dem sich die Kaskade im Gleichgewicht befindet, da genauso viel Energie injiziert wie dissipiert wird. In diesem Sinne kann Turbulenz auch als Diffusionsprozess im Wellenzahlbereich beschrieben werden (Leith 1967). Dieser Zustand wird nicht instantan erreicht, da die Kaskadierung der Energie von den großen zu den kleinen Skalen eine gewissen (systemabhängige) Zeit benötigt. Wenn keine Energie mehr nachgeführt wird, so wird nur noch dissipiert und das Spektrum senkt sich. Diese Phase wird auch *freely decaying turbulence* bezeichnet (Davidson 2004).

1.3 Der Sonnenwind

Als Sonnenwind wird der kontinuierliche Partikelstrom geladener Teilchen bezeichnet, der von der Sonne radial in den interplanetaren Raum strömt. Er erfüllt das Sonnensystem und bildet die Heliosphäre, bis zu den Bereichen, wo der Sonnenwind auf das interplanetare Medium bei ca. 100 – 150 AE (Astronomische Einheit ca. $1,5 \times 10^8$ km) trifft.

Das Sonnenwindplasma besteht überwiegend aus Protonen (95-99% Ionenanteil, Heliumionen 1-4% Ionenanteil) und Elektronen. Das Strömungsprofil wurde von Parker (1958) mit Methoden der Strömungsmechanik, unter Vernachlässigung plasmaphysikalischer Effekte, erstmals beschrieben. Messungen der letzten Jahrzehnte zeigen, dass die Strömungsgeschwindigkeit zwischen 300 km s^{-1} bis 800 km s^{-1} variiert und zwischen einem langsamen ($V_{SW} \lesssim 450 \text{ km s}^{-1}$) und einem schnellen ($V_{SW} \gtrsim 500 \text{ km s}^{-1}$) Sonnenwind unterschieden werden kann. Die Art des Sonnenwinds wird durch seinen Ursprung beeinflusst. Langsamer Sonnenwind entstammt Regionen geschlossener Magnetfeldlinien in der Äquatorebene der Sonne. Schneller Sonnenwind hingegen aus Regionen offener Magnetfeldlinien in den Polarregionen (McComas et al. 2008) bzw. koronalen Löchern, welche im solaren Minimum in Richtung Sonnenäquator wandern. Das Plasma des langsamen Sonnenwinds ist etwas kühler (kinetische Temperatur) und dichter als das des schnellen Sonnenwinds. Typische Werte der verschiedener Plasmamaparameter für die beiden Windtypen sind in Tabelle 1.1 zusammengefasst.

Tabelle 1.1: Größenordnungen der charakteristische (Plasma-)Parameter des langsamen und schnellen Sonnenwinds (Bruno und Carbone 2013).

	Langsamer SW	Schneller SW
Strömungsgeschwindigkeit V_{SW}	$300 - 450 \text{ km s}^{-1}$	$500 - 800 \text{ km s}^{-1}$
Teilchenzahldichte $n_p \sim n_e$	$\sim 15 \text{ cm}^{-3}$	$\sim 8 \text{ cm}^{-3}$
Protonentemperatur T_p	$5 \times 10^4 \text{ K}$	$2 \times 10^5 \text{ K}$
Elektronentemperatur T_e	$2 \times 10^5 \text{ K}$	$1 \times 10^5 \text{ K}$
Magnetfeld B	$\sim 6 \text{ nT}$	$\sim 6 \text{ nT}$

Aufgrund der geringen Dichte von einigen Teilchen pro cm^3 und der entsprechenden mittleren freien Weglänge von 1 AE und mittleren Stoßzeiten von mehreren Tagen wird das Sonnenwindplasma als *stoßfrei* betrachtet. Daraus resultiert auch die sehr hohe Leitfähigkeit σ des Plasmas, die ein Maß für die Mobilität der Ladungsträger und nur durch deren Stoßraten limitiert ist. In so einem sehr gut elektrisch leitfähigem Fluid gilt das Frozen-in-Theorem, das besagt, dass die Magnetfeldlinien (genauer die magnetische Flussdichte) an die Volumenelemente gekoppelt und somit in deren Strömung *eingefroren* und mittransportiert werden. Der Sonnenwind, der das Magnetfeld der Sonne in den interplanetaren Raum trägt (interplanetares Magnetfeld IMF), besitzt deshalb ein permanentes magnetisches Hintergrundfeld \mathbf{B} und ist *magnetisiert*. Das IMF besitzt in der Ekliptik eine spiralförmige Geometrie. Die Dipolachse der Sonne ist zur ihrer Rotationsachse verkippt, was dazu führt, dass in der Ekliptik verschiedene Sektoren auftreten (Ballerina-Modell), bei denen das Magnetfeld zur Sonne oder von der Sonne weg zeigt (Sektoren).

Das magnetische Hintergrundfeld führt zu Anisotropie im Plasma, da sich geladene Teilchen aufgrund der Lorentz-Kraft unterschiedlich in senkrechter und paralleler Richtung zu \mathbf{B} verhalten. Wie stark der Einfluss des Magnetfelds auf ein Plasma (bzw. deren Teilchensorten) mit Teilchenzahldichte n und Temperatur T ist, wird durch den Parameter Plasmabeta

$$\beta = \frac{nk_B T}{B^2/2\mu_0}, \quad (1.11)$$

mit Boltzmann-Konstanten k_B , charakterisiert. Das Plasmabeta beschreibt das Verhältnis zwischen thermischen (p_{th}) und magnetischem Druck (p_{mag}). Im Sonnenwind bei 1 AE solarem Abstand liegen die Werte meist zwischen 0,1 bis 5.

Aus den genannten Größen können weitere Plasmaparameter abgeleitet werden. Diese sind u.a die Protonengyrationsfrequenz Ω_p , die Protonenplasmafrequenz ω_p , der Ionengyrationsradius r_i und die Ionenträgheitslänge $\rho_i = V_A/\Omega_p = c/\omega_p$, mit Alfvén-Geschwindigkeit $V_A = B/\sqrt{\rho\mu_0}$ und Massendichte der Ionen ρ . Aufgrund des sehr hohen Protonenanteils wird für die Berechnung Massendichte ρ , der Ionenträgheitslänge bzw. des Ionengyrationsradius die Masse m_p und Teilchenzahldichte n_p der Protonen verwendet.

Auf räumlichen Skalen oberhalb der Ionenträgheitslänge ($l \gg \rho_i$ bzw. $kV_A/\Omega_p \ll 1$) und langsamen zeitlichen Variationen, d.h. Frequenzen $\omega \ll \Omega_p$, kann ein Plasma als magnetohydrodynamisches Fluid (MHD) beschrieben werden. Kleinere Skalen $kV_A/\Omega_p \gtrsim 1$ und höhere Frequenzen erfordern eine kinetische Betrachtung.

Diese verschiedenen Skaleneigenschaften, die Anisotropie und die Stoßfreiheit sowie die vier Energieformen (kinetische, elektrische, magnetische und thermische Energie), über welche die Kaskade laufen kann, ermöglichen im Sonnenwind andere Strukturen und Transfermechanismen als in der hydrodynamischen Turbulenz. So können in der Plasmaturbulenz neben Wirbeln und Filamenten (kohärente räumliche Strukturen ohne Phasengeschwindigkeit), Wellen (kohärente räumliche Strukturen mit Phasengeschwindigkeit) auftreten, die durch ihren Wellenvektor \mathbf{k} und ihre Dispersionsrelation $\omega_{re}(\mathbf{k})$ im mitbewegten oder Ruhesystem des Plasmas ausgezeichnet sind.

Der Sonnenwind, das interplanetare Magnetfeld sowie deren Fluktuationen werden seit dem Ende der 1960'er Jahre mit *in situ* Beobachtungen untersucht. Zu den wichtigsten Missionen zählen die HELIOS1+2 und ULYSSES Missionen, die den Bereich zwischen 0,3 und 1 AE in der Ekliptik und zwischen 1 bis 5 AE auf polaren Umlaufbahnen um die Sonne erforschten. Weitere Eigenschaften des Sonnenwinds in der Heliosphäre, insbesondere die Veränderung mit steigendem Abstand zur Sonne, wurden mit interplanetaren Missionen wie den MARINER, VOYAGER und PIONEER-Sonden gewonnen. Aus diesen Daten geht hervor, dass sich die Fluktuation und die Sonnenwindturbulenz über die ganz Heliosphäre erstrecken.

Für Turbulenz, mit der Eigenschaft Energie von großen Skalen zu kaskadieren und schlussendlich zu dissipieren, sprechen die Beobachtung des Temperaturverlaufs des Sonnenwinds. Diese fällt flacher ab als es für eine rein adiabatische Expansion des Sonnenwinds zu erwarten ist. Das Plasma wird folglich geheizt (Bruno und Carbone 2013). Die Quellen der großskaligen Energieinjektion sind die Sonne und ihre magnetisch aktive Korona, die vom Sonnenwind passiert wird und diesem Störungen aufprägen, die sich dann entwickelt. Weitere Quellen von Störungen sind die Scherungen des Magnetfelds an den Sektorgrenzen und die Verdichtungsbereiche, wo schneller Sonnenwind auf den langsamen trifft und es zu Geschwindigkeitsscherungen kommt (Roberts und Goldstein 1991).

Zusätzlich zur freien Entwicklung der Turbulenz verändern sich durch die Expansion des Sonnenwinds Plasmamaparameter und magnetisches Hintergrundfeld, wodurch sich auch die Fluktuationseigenschaften ändern (Comişel et al. 2015a).

1.4 Charakteristika der Sonnenwindturbulenz

1.4.1 Frequenzspektrum der Sonnenwindfluktuationen

Das Frequenzspektrum der Gesamtenergie der Magnetfeldfluktuationen $P(f_{sc}) = P_x(f_{sc}) + P_y(f_{sc}) + P_z(f_{sc})$ im Spacecraft-System erstreckt sich bei 1 AE von sehr kleinen Frequenzen (im Bereich Rotationsperiode der Sonne $\sim 10^{-6}$ Hz) bis hin zu Frequenzen um die 10^2 Hz (Kiyani et al. 2015, Sahraoui et al. 2010b, Alexandrova et al. 2012) und lässt sich schematisch in vier Bereiche (Abb. 1.3) mit unterschiedlichen spektralen Neigungen $P(f_{sc}) \sim f_{sc}^\alpha$ und verschiedene Plasma-Regime einteilen.

f^{-1} -Bereich

Bei niedrigen Frequenzen fällt das Spektrum mit f_{sc}^{-1} und entspricht dem Injektionsbereich. Die Fluktuationen auf diesen Skalen bilden großskalige Variationen des Magnetfelds der Sonne ab. Sie setzen sich aus nicht wechselwirkende Alfvén-Wellen, kräftefreien (magnetic force-free) Strukturen und untergeordneten, nicht gerichteten turbulenten Fluktuationen (Wicks et al. 2013) zusammen. Die Fluktuationen auf diesen Skalen sind noch nicht Teil der turbulenten Energiekaskade und besitzen bis zur Korrelationslänge

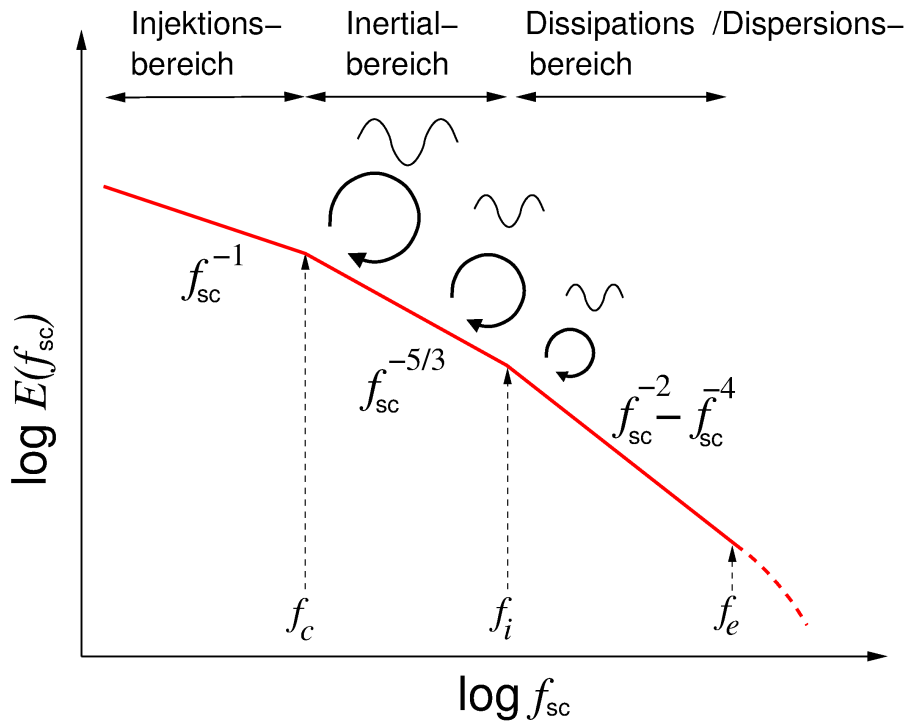


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung des Sonnenwindspektrums der Magnetfeldfluktuationen im Spacecraft-System (rote Linie). Das Spektrum gliedert sich in drei Bereiche: dem f^{-1} -, Inertial- und Dissipations-/Dispersionsbereich mit jeweils unterschiedlichem spektralen Verhalten. Die Markierungen f_c , f_i und f_e stehen für die in Frequenzen umgerechnete Korrelationslänge, Ionenträgheitslänge und Elektronenträgheitslänge. Der Verlauf des Spektrums für $f_{sc} > f_e$ ist nicht eindeutig. Die Wirbel und Wellen oberhalb der Linie symbolisieren die möglichen Energietransfer-Prozesse (Wirbelspaltung und Wellen-Wellen-Wechselwirkung).

λ_c bzw. -frequenz $f_c \approx V_{SW}\lambda_c$ eine Erinnerung an ihren Ursprung und sind vorhersagbar (Bruno und Carbone 2013, Kiyani et al. 2015).

Inertialbereich

Der Inertialbereich erstreckt sich im Frequenzbereich $10^{-4} \text{ Hz} \lesssim f_{sc} \lesssim 1 \text{ Hz}$ auf räumlichen Skalen zwischen der Korrelationslänge λ_c und der Ionenträgheitslänge ρ_i , auf denen der Sonnenwind als MHD-Plasma beschrieben werden kann. Die Fluktuationen aus dem Injektionsbereich verlieren ihr Gedächtnis, werden unvorhersagbar und zeigen turbulentes Verhalten. Das Spektrum fällt mit einem spektralen Index von ungefähr $-5/3$ steiler ab als im f^{-1} -Bereich und entspricht dem Kolmogorov-Spektrum bzw. dem von Iroshnikov (1963) und Kraichnan (1965) vorhergesagtem MHD-Turbulenz-Spektrum mit Index $-3/2$. Dieses wurde zum ersten Mal von Coleman (1968) und durch zahlreiche spätere Arbeiten bestätigt. Die Spektren der Geschwindigkeitsfluktuationen und denen des elektrischen Feldes zeigen ebenfalls einen Abfall mit $-5/3$.

Dissipations-/Dispersionsbereich

Bei Frequenzen zwischen $0,1 \text{ Hz} \lesssim f_{sc} \lesssim 1,5 \text{ Hz}$, befindet sich der Übergang vom Inertial- in den Dissipations-/Dispersionsbereich. Dieser entspricht räumlichen Skalen von ungefähr 100 km und damit der Protonenträgheitslänge ($f_i \approx V_{sw}/\rho_i$), auf denen das Plasma kinetisch beschrieben werden muss. Das Spektrum der magnetischen Fluktuationen verläuft steiler mit spektralen Indizes zwischen -2 und -4 und damit unterschiedlich zu den Spektren der elektrischen und kinetischen Energie. Die Umverteilung von magnetischer zur elektrischer Energie ist Konsequenz der *dispersiven* Eigenschaften von Plasmawellen auf ionenkinetischen Skalen und der Induktionsgleichung. Sie zeigt, dass das Verhältnis der Amplituden von elektrischen und magnetischem Feld proportional zur Phasengeschwindigkeit ist: $\omega/k \sim |\delta E/\delta B|$. Darüber hinaus können die Wellen gedämpft werden, so dass die kinetische und elektromagnetischen Energien dissipiert werden. Im Bereich der Elektronenträgheitslänge wird eine weitere Änderung des Spektrums beobachtet. Der Verlauf des Spektrums in diesem Bereich ist Gegenstand aktueller Forschung. Es gibt Hinweise auf einen weiteren spektralen Knick und damit verbunden einer weiteren Kaskade oder einem exponentiellen Abfall, der mit Dissipation verknüpft ist (Alexandrova et al. 2009).

Der Großteil der spektralen Sonnenwindeigenschaften im Wellenvektor-Spektrum ($P(\mathbf{k})$) wurde aus Beobachtungen von Einzel-Satelliten-Messungen gewonnen. Bei diesen Beobachtungen werden die gemessenen zeitlichen Variationen ($P(f_{sc})$) mit räumlichen Skalen ($P(\mathbf{k})$) unter Annahme der Taylor-Hypothese (Taylor 1938) verknüpft. Bei der Taylor-Hypothese werden die zeitlichen Variationen der Fluktuationen als klein gegenüber der konvektivierten räumlichen Struktur angenommen, $\omega_{re}(\mathbf{k}) \ll \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{SW}$, so dass für die Frequenzen im Spacecraft-System $2\pi f_{sc} = \omega_{sc} \approx \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{SW}$ gilt.

Damit entspricht das gemessene Frequenzspektrum $P(f_{sc})$ dem Wellenvektor-Spektrum entlang der Strömungsrichtung (Horbury et al. 2005):

$$P(f_{sc}) = \int P(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{SW} - 2\pi f_{sc}) d^3k. \quad (1.12)$$

Das bedeutet, dass nur die Wellenvektorkomponente parallel zur Strömung abgeschätzt werden kann, die anderen Komponenten und damit die Wellenzahl jedoch nicht. Direkte Dispersionsanalysen sind mit Einzel-Satelliten folglich nicht möglich, da einerseits die Dispersionsrelation $\omega_{re}(\mathbf{k})$ vernachlässigt wird und die Bestimmung des Wellenvektors für die notwendige Doppler-Korrektur in Gl.(1.1) nicht möglich ist. Multi-Satelliten Missionen wie CLUSTER oder THEMIS erlauben die unabhängige und direkte Bestimmung von Frequenz ω_{sc} und dreidimensionalen Wellenvektor und damit die Bestimmung der Dispersionsrelation im mitbewegten System der Strömung.

1.4.2 Eigenschaften auf magnetohydrodynamischen Skalen

Alfvénische Fluktuationen

In der Abb. 1.4 sind beispielhafte Zeitreihen des Magnetfelds (Magnitude B und Komponenten B_x , B_y , und B_z), der Ionengeschwindigkeiten (V_x , V_y und V_z) und der Teilchen-

zahldichte (n_p) dargestellt. Diese zeichnen sich durch eine geringe Magnituden- ($|\delta B|/B_0$) und Dichteviation ($|\delta n_p|/n_p$) aber große Komponentenvariationen im Magnetfeld $\delta \mathbf{B}$ aus (maximale Richtungsvariation hier ca. 76°), die z. T. mit denen der Geschwindigkeitskomponenten $\delta \mathbf{V}$ (anti-)korrelieren. Dieses Verhalten deutet auf das Vorhandensein von Alfvén-Wellen hin, die parallel (Anti-Korrelation von $\delta \mathbf{B}$ und $\delta \mathbf{V}$) oder anti-parallel (Korrelation von $\delta \mathbf{B}$ und $\delta \mathbf{V}$) zum Hintergrundmagnetfeld \mathbf{B}_0 propagieren. Belcher und Davis (1971) schlugen diese zur Beschreibung der Sonnenwindfluktuationen vor. Iroshnikov (1963) und Kraichnan (1965) entwickelten die Theorie von gegenläufigen Alfvén-Wellen, die zu spektralen Abfall von $-3/2$ führt. Marsch (1991) beschreibt durch eine andere Wahl der nichtlinearen-Zeitskala ein $-5/3$ Spektrum. Die beiden Phänomenologien werden in Kapitel 4 noch einmal aufgegriffen.

Beobachtungen einer Fluktuations- oder Varianzanisotropie ($\langle \delta B_\perp^2 \rangle \gg \langle \delta B_\parallel^2 \rangle$ (Klein et al. 1991, 1993, Roberts et al. 1992)) bestärken diese Interpretation und bilden die Grundlage für das *slab*-Modell der Sonnenwindturbulenz, bei der die Energie vorwiegend parallel zu \mathbf{B}_0 kaskadiert wird.

Die Dynamik von MHD-Plasmen werden ähnlich zu Fluiden in Abschnitt 1.2 durch eine Impulsgleichung

$$\rho \partial_t \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) = -\nabla P + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \nu \nabla^2 \quad (1.13)$$

und Kontinuitätsgleichung

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1.14)$$

beschrieben. Die elektromagnetischen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} beeinflussen einerseits die Bewegung der geladenen Plasmateilchen und damit die Stromdichte \mathbf{j} . Andererseits ist das Plasma über die Strom- und Ladungsdichte (ρ_c) an die elektromagnetischen Felder gekoppelt. Somit müssen zusätzlich die Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (1.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} \quad (1.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_c / \epsilon_0 \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18)$$

berücksichtigt werden. Für die Stromdichte gilt außerdem das Ohm'sche Gesetz

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (1.19)$$

Dieses in Gl. (1.15) eingesetzt ergibt die Induktionsgleichung

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.20)$$

mit magnetischer Diffusion $\eta = 1/\mu_0 \sigma$.

Die Alfvén-Mode ist einerseits eine Normalmode der MHD (1.5.1), die durch (lineare) Störungstheorie eines stationären Zustands (d. h. u. a. konstantes Magnetfeld \mathbf{B}_0) berechnet werden kann. Sie ist andererseits auch eine exakte Lösung der idealen ($\sigma \rightarrow \infty$) inkompressiblen ($\delta n \ll n$) MHD-Gleichungen (Bruno und Carbone 2013, Petrosyan et al.

2010) und damit ein stabiler Grundzustand des Plasmas ohne Einschränkung des Variationsniveaus (Baumjohann und Treumann 1996, Narita 2012).

Der schnelle Sonnenwind besteht im Bereich 0,3 bis 1 AE vorallem aus nach außen (von der Sonne weg) propagierende Alfvén-Wellen. Nach innen laufende Wellen nehmen mit solarem Abstand und dem damit verbundenen Alter des Sonnenwindes zu. Der langsame Sonnenwind zeigt dagegen eher ein Gleichgewicht in der Häufigkeit von nach innen und nach außen propagierenden Wellen (Marsch und Tu 1990). Für die Interpretation bedeutet dies, dass nach außen laufende Alfvén-Wellen auf der Sonne angeregt werden und nach innen propagierende Wellen erst nach einer gewissen Zeit durch nichtlineare Prozesse im Sonnenwind angeregt werden.

Anisotropieeigenschaften

Mit der Analyse der Zwei-Punkt-Korrelationsfunktion haben Matthaeus et al. (1990) zwei ausgezeichnete Korrelationslängen senkrecht und parallel zu \mathbf{B}_0 ermittelt, die zeigen, dass Fluktuationen in senkrechter Richtung zum Hintergrundfeld räumlich länger korreliert sind als in paralleler Richtung. Damit ergibt sich eine zweidimensionale $\mathbf{k} = (k_{\parallel}, k_{\perp})$ Energieverteilung im Wellenvektorraum auf MHD-Skalen, bei der die Fluktuationsenergie entlang senkrechter Richtungen bevorzugt kaskadiert wird.

Bei 1 AE Sonnenabstand ist die zweidimensionalen Turbulenz ($k_{\perp} > k_{\parallel}$) im langsamen Sonnenwind im MHD-Bereich stärker ausgeprägt als im schnellen Sonnenwind. Im schnellen Sonnenwind überwiegt auf MHD-Skalen die *slab*-Geometrie ($k_{\parallel} > k_{\perp}$) (Dasso et al. 2005, Weygand et al. 2011). Auf kleineren Skalen bildet sich die zweidimensionale Geometrie aber auch im schnellen Sonnenwind bei 1 AE heraus (Chen et al. 2012). Im Frequenzspektrum wurden ebenfalls die Varianzanisotropie (hier nun $P_{\perp}(f_{sc}) > P_{\parallel}(f_{sc})$) (Horbury et al. 2011, TenBarge et al. 2012) und die Wellenvektor-Anisotropie ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$) (Chang et al. 2011, Howes et al. 2011) beobachtet. Das Frequenzspektrum im Inertialbereich kann auch steiler mit f_{sc}^{-2} abfallen, wenn das Hintergrundfeld parallel zur Strömung liegt Wicks et al. (2010), Chen et al. (2011), was eine Folge der Anisotropie im Wellenvektor-Spektrum $P(\mathbf{k})$ ist, die von Narita et al. (2010) direkt nachgewiesen wurde.

Intermittenz

Um ein kinetisches Gas oder Plasma vollständig zu beschreiben ist die Kenntnis aller Momente notwendig. Befindet sich ein Gas in einem Gleichgewichtszustand (Maxwell-Verteilung) kann das vierte Moment über das zweite geschlossen werden. Nichtlineare Prozesse werden von höheren Momenten und deren Kopplungen bestimmt. Die Abweichung von Gauß-Verteilungen in der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) der Fluktuationen ist ein Indikator für die Stärke der nichtlinearen Prozesse (höhere Momente) und wird als Intermittenz bezeichnet.

Das Sonnenwindplasma ist weit weg von einem Gleichgewichtszustand. Die PDFs der Fluktuationen auf unterschiedlichen Skalen können durch die normierten Differenzen der

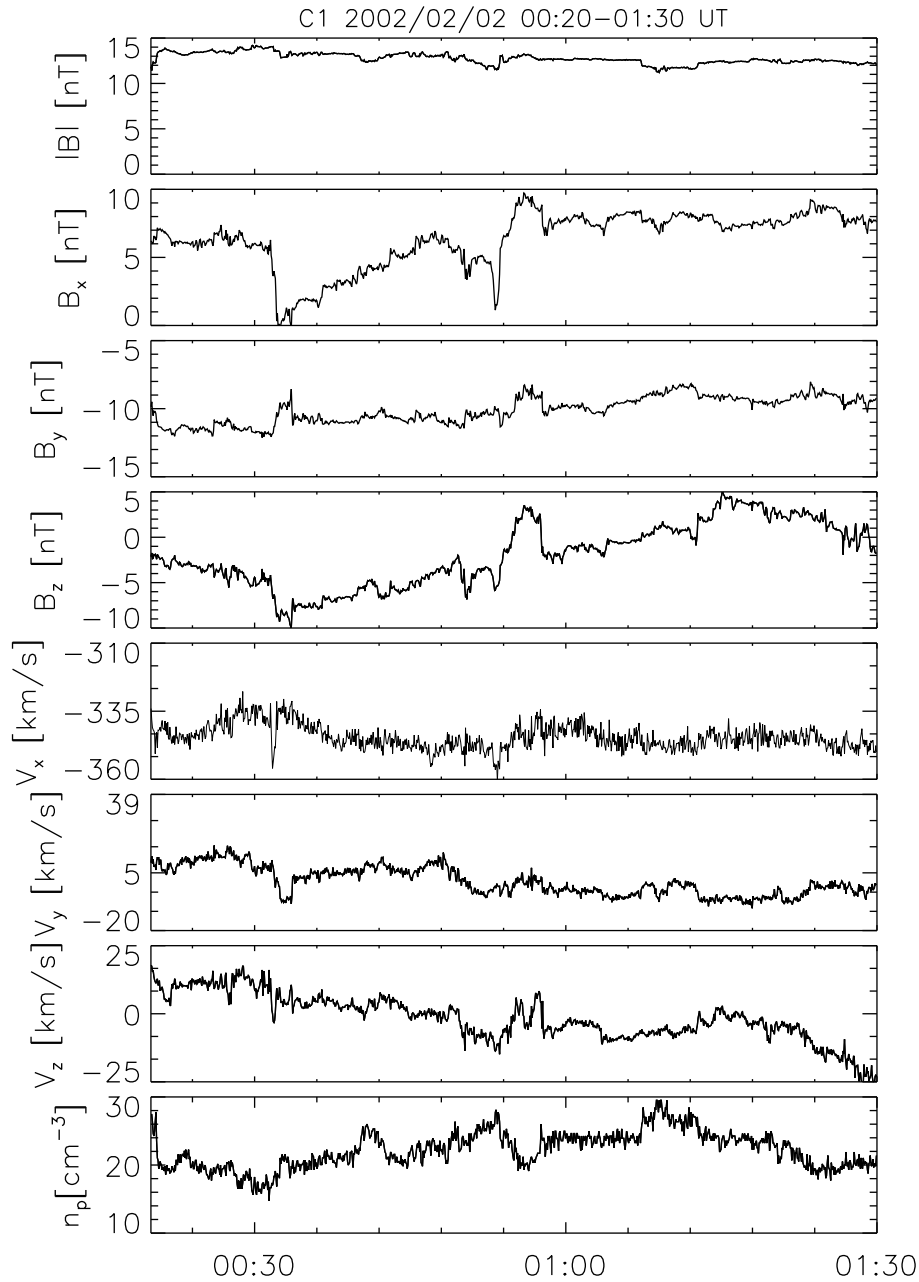


Abbildung 1.4: Zeitreihen von Magnetfeld B , B_x , B_y , B_z (mit Richtungsvariation von ca. 76°), Ionen-Geschwindigkeitskomponenten V_x , V_y , V_z und Ionendichte n_p im Sonnenwind (Messungen vom CLUSTER-Satelliten C1).

Fluktuation (hier des Magnetfelds) $\delta B_\tau(t) = B(t + \tau) - B(t)$ bei unterschiedlichen Zeitverzögerungen τ bestimmt werden (Sorriso-Valvo et al. 1999, Alexandrova et al. 2008). Für große Verzögerungen, welche großskaligen (MHD) Strukturen entsprechen, ist diese nahezu gaußverteilt. Für immer kleiner werdende Verzögerungen weichen die PDF immer mehr von dieser Gauß-Verteilung ab, weil die Flanken der Verteilung immer mehr betont werden. Auf kleineren Skalen werden die Fluktuationen also stärker von nichtli-

nearen Prozessen (Interaktion der höheren Momente) beeinflusst als auf größeren. Oder anders gesagt: relative große Störungen kommen auf kleinen Skalen öfter vor und stören die linearen Prozesse. Die Abweichung zur Gauß-Verteilung ist auch ein Indiz für Phasenkohärenz, bei der Strukturen wie Wirbel und Stromschichte im Plasma entstehen, da Fluktuationen (i. S. v. Wellen) keine zufälligen Phasen besitzen (Biskamp 2003).

1.4.3 Eigenschaften auf ionenkinetischen Skalen

Je nach Stärke der Fluktuationen gibt es verschiedene Hypothesen ihre Natur auf ionenkinetischen Skalen zu beschreiben. Bei großen Fluktuation werden Wirbel und Stromschichten präferiert (Perri et al. 2012), wofür auch die zunehmende Intermittenz auf kinetischen Skalen (Alexandrova et al. 2008) spricht. Bei relativ kleinen Variationen der Komponenten und damit des Hintergrundfeldes, wie sie in Kapitel 3 in Abb. 3.3 zu sehen ist, werden (auf den ersten Blick) Bedingungen für die Anwendung des Modells der schwachen Turbulenz erfüllt, in dem die Fluktuationen als Überlagerung schwach wechselwirkender Normalmoden interpretiert werden. Wie weiter oben schon erwähnt, sind Normalmoden auf ionenkinetischen Skalen dispersiv, d. h. ihre Phasengeschwindigkeit hängt nicht nur von der Propagationsrichtung zum Hintergrundmagnetfeld sondern auch von der Wellenzahl ab.

Im Bild der Wellenturbulenz suggeriert die, aus dem Inertialbereich fortgesetzte, Wellenvektoranisotropie Wellen mit senkrechten Wellenvektoren $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0$. Entsprechend favorisieren direkte und indirekte Beobachtungen (Bale et al. 2005, Salem et al. 2012, Podesta 2013, Sahraoui et al. 2010b) sowie Turbulenzmodelle (Schekochihin et al. 2009) und numerische Plasmasimulationen die kinetische Alfvén-Mode, aber auch die magnetosonische bzw. sich schräg ausbreitende Whistler-Wellen (Gary und Smith 2009, Narita et al. 2011a, Chang et al. 2011, Gary et al. 2012) sowie Proton-Bernstein-Moden Podesta (2012), Perschke et al. (2013), Comişel et al. (2013). Neben diesen Moden wurden auch Hinweise auf die parallel propagierende Ionenzyklotronwelle (Verscharen et al. 2012, He et al. 2012, Roberts und Li 2015) gefunden.

1.5 Dispersionsrelationen und schwache Turbulenz in Vlasov-Plasmen

Grundlage zur Beschreibung von Normalmoden eines stoßfreien kinetischen Plasmas sind die Vlasov-Gleichung

$$\partial_t f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_s}{m_s} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.21)$$

und die Maxwell-Gleichungen Gl.(1.15 – 1.18). Die Vlasov-Gleichung (1.21) beschreibt die zeitliche Entwicklung der Phasenraumdicke $f_s(\mathbf{v}, \mathbf{x}, t)$ einer Plasmaspezies s (s = Elektronen, Ion 1, Ion 2, Neutralteilchen, ...) mit Masse m_s und Ladung q_s . Die Phasenraumdicke eines homogenen Plasmas ist auch im Spektralbereich ($\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{k}, t \rightarrow \omega$) darstellbar.

Zur Vereinfachung wird im Weiteren die Phasenraumdichte $f_s(\mathbf{v}, \mathbf{x}, t)$ als $f_s(\mathbf{v})$ dargestellt, da diese Variable für die Momentenbildung relevant ist.

Makroskopische Eigenschaften des Plasmas sind über die Momente der Verteilungsfunktion

$$M_{n,s} = \int v_s^n f_s(\mathbf{v}) d^3v \quad (1.22)$$

definiert. Momente mit physikalischer Bedeutung (Paschmann et al. 1998) sind u.a.:

- die Teilchenzahldichte

$$n_s = \int f_s(\mathbf{v}) d^3v \quad (1.23)$$

- der Teilchenflussdichte-Vektor

$$n_s \mathbf{V}_s = \int \mathbf{v}_s f_s(\mathbf{v}) d^3v \quad (1.24)$$

- der Impulsflussdichte-Tensor

$$\Pi = m_s \int \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s f_s(\mathbf{v}) d^3v \quad (1.25)$$

- der Energieflussdichte-Tensor

$$\mathbf{Q} = \frac{m_s}{2} \int v_s^2 \mathbf{v}_s f_s(\mathbf{v}) d^3v. \quad (1.26)$$

Der Strömungsgeschwindigkeitsvektor der Spezies s ist $\mathbf{V}_{s0} = \langle \mathbf{V} \rangle$. Ist sie bekannt, kann der Drucktensor

$$\mathcal{P}_s = m_s \int (\mathbf{v}_s - \mathbf{V}_{s0}) (\mathbf{v}_s - \mathbf{V}_{s0}) f(\mathbf{v}) d^3v \quad (1.27)$$

berechnet werden. Über die Relation $\mathcal{P} = nk_B \mathcal{T}$ kann der Temperatur-Tensor bestimmt werden. Der skalare Druck und Temperatur entsprechen den Spuren der Tensoren:

$$P_s = \frac{\text{Spur}(\mathcal{P}_s)}{3} \quad (1.28)$$

und

$$T_s = \frac{\text{Spur}(\mathcal{T}_s)}{3}. \quad (1.29)$$

Die Ladungs- und Stromdichte lauten entsprechend

$$\rho_c = \sum_s q_s \int d^3v f_s(\mathbf{v}) \quad (1.30)$$

und

$$\mathbf{j} = \sum_s q_s \int d\mathbf{v}^3 \mathbf{v} f_s(\mathbf{v}). \quad (1.31)$$

Ein Plasma und seine Dynamik ist dann vollständig beschrieben, wenn die Verteilungsfunktionen $f_s(\mathbf{v})$ eindeutig bestimmt sind. Dies ist dann der Fall, wenn alle Momente von f_s existieren und bekannt sind. Für die praktische Bestimmung der Momente ergibt sich die Schwierigkeit, dass für Bestimmung eines Moments M_n das nächst höhere Moment M_{n+1} bekannt sein muss. Entweder kann abgeschätzt werden, dass höhere Momente verschwinden oder die Rekursion wird über Zustandsgleichungen oder Annahmen der Verteilungsfunktionen (z.B. Maxwell-Verteilungen) geschlossen, so dass höhere Momente durch kleinere bestimmt sind.

Zur Bestimmung der Normalmoden werden nur Störungen erster Ordnung betrachtet. Dabei wird formal die Superposition der Lösung gewährleistet. Mit diesem Vorgehen und der Vorgabe einen stationären Zustands können dann die Dispersionsrelationen $\omega(\mathbf{k})$ der Normalmoden berechnet werden.

Eine analytische Lösung ist dabei nicht immer möglich, weshalb in dieser Arbeit der WHAMP (Waves in homogeneous anisotropic magnetized Plasmas)-Code (Rönnmark 1983, 1985) genutzt wird. Mit ihm werden Dispersionsrelation auf der Grundlage (anisotroper) Maxwell-Verteilungen

$$f_{s0}(v_\perp, v_\parallel) = \frac{n_s}{(\sqrt{\pi} v_{th,s})^3} \exp\left[-\left(\frac{v_\parallel}{v_{th,s}}\right)^2\right] \times \frac{T_\parallel}{T_\perp} \exp\left[-\frac{T_\parallel}{T_\perp} \left(\frac{v_\perp}{v_{th,s}}\right)^2\right] \quad (1.32)$$

berechnet. Hierbei bezeichnet v_{th} die thermische Geschwindigkeit und ist mit der Temperatur über $k_B T = m_s v_{th,s}^2 / 2$ verknüpft.

1.5.1 Normalmoden und kohärente Strukturen

Aus der Vlasov-Gleichung können für große räumliche Skalen $\ell \gg \rho_i > \rho_e$ und langsame Zeitliche Variationen $\omega \ll \Omega_p$ die Gleichungen für die Beschreibung des Plasmas als ein magnetohydrodynamisches Fluid abgeleitet werden.

Die drei Normalmoden der MHD und ihre Dispersionsrelationen sind

- Die inkompressible *Alfvén-Mode*

$$\omega/k = V_A \cos \theta_{kB} \quad (1.33)$$

- die kompressible *Slow-Mode* (-) und *Fast-Mode* (+)

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \frac{1}{2} (V_A^2 + V_s^2) \pm \frac{1}{2} \left[(V_A^2 + V_s^2)^2 - 4V_A^2 V_s^2 \cos^2 \theta_{kB} \right]^{1/2} \quad (1.34)$$

mit Schallgeschwindigkeit V_s .

Alle drei Dispersionsrelationen sind nicht dispersiv und nur vom Winkel θ_{kB} zwischen Wellenvektor \mathbf{k} und Hintergrundmagnetfeld \mathbf{B}_0 abhängig. Für senkrechte Propagation geht die Phasengeschwindigkeit der Alfvén- und Slow-Mode gegen null, die der Fast-Mode beträgt $\sqrt{V_A^2 + V_S^2}$. Für beide Wellen sind (anti-)korrelierte transversale Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen, für die Slow- und Fast-Mode allerdings auch longitudinale Geschwindigkeitsfluktuationen charakteristisch.

Die Normalmoden im ionenkinetischen Bereich werden aus der Vlasov-Gleichung und den Maxwell-Gleichungen bestimmt. In Vlasov-Plasmen können zahlreiche Wellen angeregt werden. Für diese Arbeit sind Normalmoden mit schräger Ausbreitung $k_\perp \gg k_\parallel$ mit Wellenzahlen im Bereich $0 < kV_A < 2$ und Frequenzen $0 < \omega < 6\Omega_p$ von besonderem Interesse (Abb. 1.5). Drei Moden, deren Dispersionsrelationen diese Bereiche abdecken, sind:

- Die *kinetische Alfvén-Mode* oder -Welle (KAW) ist die Erweiterung der Alfvén-Mode der MHD

$$\omega \simeq V_A k \cos \theta_{kB}, \quad (1.35)$$

die bei schräger Ausbreitung bei niedrigen Frequenzen $\omega < \Omega_p$ liegt und im warmen Plasma dispersiv ($\partial\omega/\partial k \neq \text{const}$) wird (Gary 1993, Sahraoui et al. 2012).

- Die Fast-Mode wird im ionenkinetischen Bereich durch die *magnetosonische* oder Whistler-Mode (MS/WHS) fortgesetzt. Für Ausbreitungswinkel $\theta_{kB} \lesssim 70^\circ$ kann die Dispersionsrelation der Whistler-Mode im kalten Plasma durch

$$\omega \simeq V_A k^2 \cos \theta_{kB} \quad (1.36)$$

(graue, gestrichelte Linie) approximiert werden (Gary 1993). Bei steigendem Winkel θ_{kB} und nahezu senkrechter Ausbreitung spaltet sich die Whistler-Mode bei den Harmonischen der Protonengyrationsfrequenz $\omega \approx \Omega_p; 2\Omega_p \dots$ aufgrund von Resonanz zwischen den Protonen und elektromagnetischen Fluktuationen auf. Der steigende Dispersionsast bei Frequenzen zwischen $0 < \omega < \Omega_p$ kann mit der Dispersionsrelation der Fast-Mode Gl.(1.34) angenähert werden und bezeichnet die magnetosonische Mode (MS), die in die erste Resonanz läuft und deshalb auch als erste oder als fundamentale Proton-Bernstein-Mode (PB1) bezeichnet wird.

- Die *Proton-Bernstein-Moden* (PB) bezeichnen Wellen mit Dispersionsrelationen um die Harmonischen der Protonengyrationsfrequenz.

$$\omega \simeq n\Omega_p, n = 1, 2, \dots \quad (1.37)$$

Sie treten nur bei nahezu senkrechter Ausbreitung auf und werden bei größer werdenden Wellenzahlen elektrostatisch (Fredricks 1968).

Zusätzlich zu den genannten Normalmoden diskutierten Narita und Marsch (2015) die kinetische Slow-Mode als eine weitere mögliche Mode im Sonnenwind. Die Dispersionsrelation dieser Mode liegt bei senkrechter Ausbreitung und $\beta_p = 1$ bis $kV_A/\Omega_p \lesssim 2$ oberhalb des KAW-Dispersionsastes und erreicht Frequenzen bis $0,1\Omega_p$.

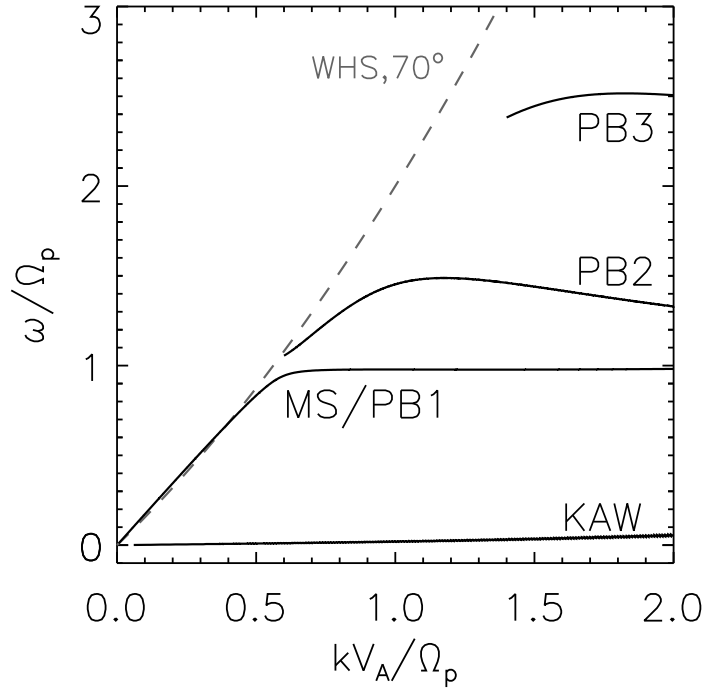


Abbildung 1.5: Dispersionsrelationen der kinetischen Alfvén-Mode (KAW), der magnetosonischen Mode (MS/PB1) und Proton-Bernstein-Moden (PB1 und PB2) für Ausbreitung $\theta_{kB} = 89^\circ$ und $\beta_p = 1$. Die gestrichelte Linie markiert den Verlauf der Whistler-Mode bei $\theta_{kB} = 70^\circ$, um die Aufspaltung in Proton-Bernstein-Moden zu verdeutlichen.

Neben Wellen existieren auch kohärente (räumliche) Strukturen im Plasma, die keine Phasengeschwindigkeit besitzen und in einer Strömung nur advektiert werden (Null-Frequenz-Moden). Diese Wirbel, genauer zweidimensionalen Filamente, sind räumlich gestreckte Strukturen entlang des Hintergrundmagnetfeldes mit folgenden Eigenschaften: $k_\perp > k_\parallel$, $\delta B_\perp > \delta B_\parallel$ und Alfvénizität $\delta V_\perp \parallel \delta B_\perp$. (Diamond 2010). Hybrid-Simulationen von Comișel et al. (2014) zeigen die räumliche Struktur der Filamente und die Co-Existenz von Filamenten und Wellen in einem turbulenten Plasma bei $\beta = 0,05$.

1.5.2 Schwache nichtlineare Wellen-Wellen-Wechselwirkungen

Der Sonnenwind besitzt für die Intervalle mit kleinen Fluktuationen ebenfalls ein abfallendes Spektrum, was eine Energiekaskade von großen zu kleinen Skalen impliziert. Im Rahmen der Schwachen-Turbulenz-Theorie kann ein solcher Energietransfer über die schwache Wellen-Wellen-Wechselwirkung beschrieben werden. Formal werden dabei Störungen höherer Ordnung bzw. ihre Wechselwirkungsterme untereinander berücksichtigt. Damit der Energietransfer stattfinden kann, müssen zwei Resonanzbedingungen erfüllt sein. Für die Drei-Wellen-Wechselwirkung lauten diese

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 \quad (1.38)$$

$$\omega(\mathbf{k}_1) + \omega(\mathbf{k}_2) = \omega(\mathbf{k}_3). \quad (1.39)$$

Die Zeitskala τ_{nl} dieser nichtlinearen Wechselwirkung ist dabei sehr viel größer als die Zeitskala der linearen Normalmoden $\tau_{lin} \sim \omega^{-1}$. Das bedeutet einerseits, dass die Wellen sehr oft interferieren müssen, um den Energietransfer zu gewährleisten, andererseits aber auch, dass ihre Dispersionsrelationen über mehrere Perioden stabil bleiben.

Für die vorgestellten Normalmoden sind die Resonanzbedingungen beispielhaft in Abb. 1.6 dargestellt.

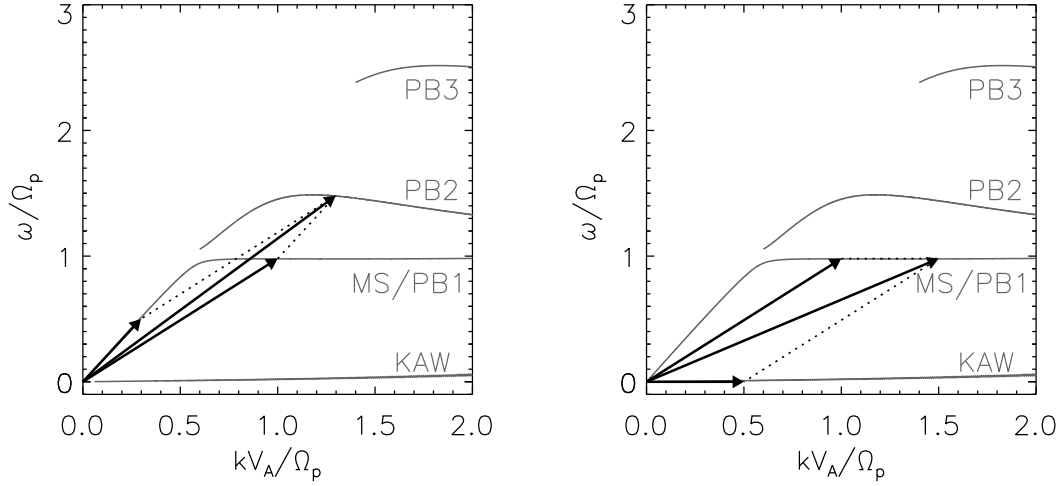


Abbildung 1.6: Beispielhafte Darstellung des spektralen Energietransfers der Dispersionsrelationen der Normalmoden durch die Interaktion kinetischer Alfvén-Mode KAW und magnetosonischer Mode MS/PB1 (teilweise nach (Jenkins et al. 2013)).

2 Daten und Methoden

2.1 Cluster Mission und Instrumentierung

CLUSTER ist der Missionsname von vier baugleichen Satelliten (Abb. 2.1), die im Verbund seit 2000 die Erde umkreisen. Die zylinderförmigen Satelliten sind spin-stabilisiert und rotieren innerhalb von 4s einmal um sich selbst. Die wissenschaftliche Zielsetzung ist die Erkundung der Magnetosphäre, deren Wechselwirkungsregion mit dem Sonnenwind und der Sonnenwind selbst. Zur Abdeckung dieser räumlich unterschiedlichen Gebiete befinden sich die Satelliten auf polaren Umlaufbahnen, deren Apogäum bei ca. $20 R_E$ und Perigäum bei ca. $4 R_E$ ungefähr in der Ekliptik liegen. Die Umlaufzeit beträgt ca. 24 Stunden. Die Orbits sind so entworfen, dass sich im *mitbewegten* System der Erde um die Sonne die große Halbachse innerhalb eines Jahres einmal um die Erde dreht. Somit befindet sich das Apogäum im Januar auf der Sonne-Erde-Linie im Sonnenwind vor der Bugstoßwelle und wandert in den nächsten drei Monaten nach Westen, durch die Bugstoßwelle, Magnetosheath und Magnetopause und zur Nachtseite in die Schweifregion der Magnetosphäre und anschließend wieder zur Tagseite (Abb. 2.2). Die Satelliten befinden sich im Frühjahr, von Ende Januar bis Mitte April, im Sonnenwind. Die Umlaufbahnen der einzelnen Satelliten sind leicht unterschiedlich, um eine tetraederförmige Konfiguration anzunehmen, die für die dreidimensionale Wellenvektor-Analyse notwendig ist. Der Satellitenabstand d_{sc} (*inter-satellite distance*) dieser Konfigurationen reicht von 100 bis zu 10000 km und bestimmt die maximale Wellenzahl $k_{max} \approx d_{sc}/\pi$ und deckt die ionenkinetischen bis MHD-Skalen ab.

Insgesamt befinden sich auf jedem Satelliten elf Messinstrumente: ASPOC (Active Spacecraft Potential Control experiment), CIS (Cluster Ion Spectrometry Experiment), DWP (Digital Wave Processing), EDI (Electron Drift Instrument), EFW (Electric Field and Wave Experiment), FGM (Fluxgate Magnetometer), PEACE (Plasma Electron and Current Experiment), RAPID (Research with Adaptive Particle Imaging Detectors), STAFF (Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuation Experiment), WBD (Wide Band Data receiver) und WHISPER (Waves of High Frequency and Sounder for Probing of Density by Relaxation) (Escoubet et al. 2001). Für die Dispersionsanalyse werden die Daten von FGM (Balogh et al. 2001) und CIS (Rème et al. 2001) verwendet und deshalb genauer vorgestellt.

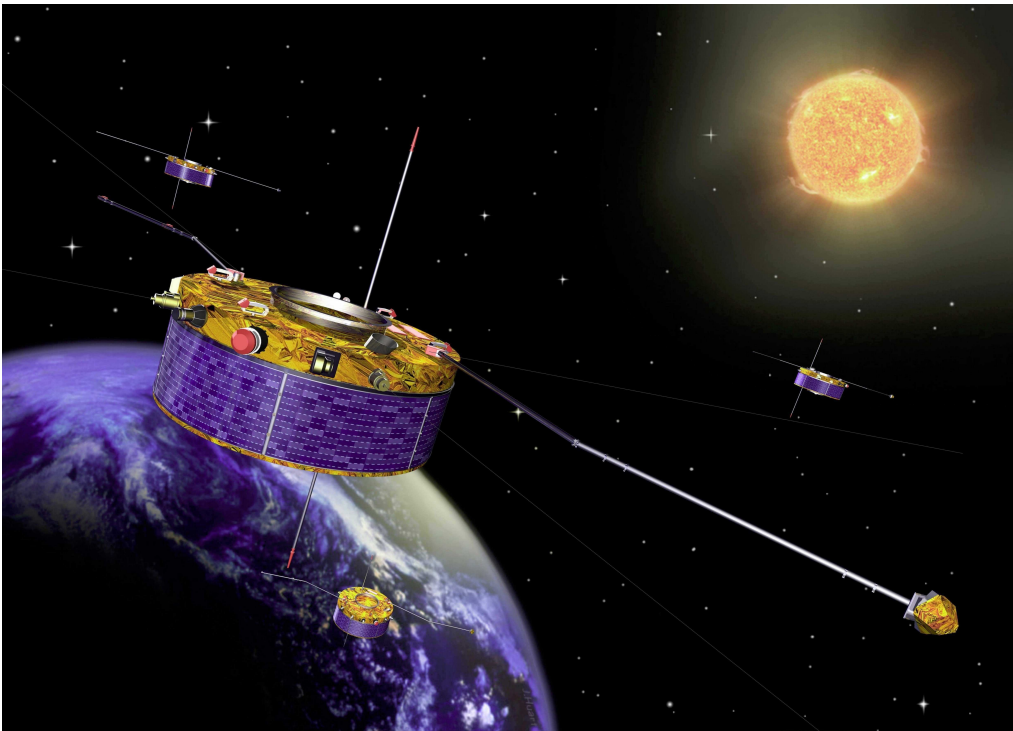


Abbildung 2.1: CLUSTER Satelliten in künstlicher Darstellung (Mit freundlicher Genehmigung der ESA).

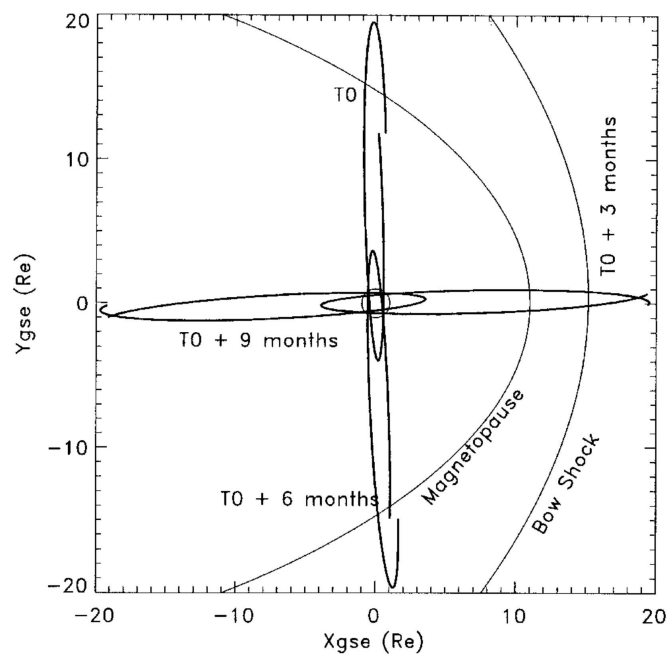


Abbildung 2.2: CLUSTER Orbits im Verlauf eines Jahres projiziert auf die Ekliptik. Die steht rechts, Magnetopause und Bugstoßwelle (Bowshock) sind als Orientierung mit zu sehen. (Escoubet et al. 2001).



Abbildung 2.3: FGM Sensoren und Digital Processing Unit (Mit freundlicher Genehmigung der ESA).

2.1.1 Das Fluxgate-Magnetometer FGM

Ein Fluxgate-Magnetometer nutzt den Hysterese-Effekt eines weichmagnetischen Materials, um ein umgebendes Magnetfeld $H_{ex}(t)$ zu messen. Der Aufbau besteht aus einem Ringkern, der durch einen Wechselstrom in einer Primärspule mit (hoher) Frequenz ω periodisch magnetisiert ($h(t)$) und durch „Abfahren“ der Hystereseurve in die Sättigung getrieben wird. Das gesamte Erregerfeld $H(t)$ setzt sich aus diesen beiden Feldern zusammen:

$$H(t) = H_{ex}(t) + h(t) \quad (2.1)$$

$$= H_{ex}(t) + a \sin(\omega t). \quad (2.2)$$

Die magnetische Induktion aufgrund des Hysterese-Effekts ist

$$B(H) = 3H(t) + H(t)^3. \quad (2.3)$$

Unter der Annahme, dass die zeitliche Änderung des externen Feldes sehr viel kleiner ist, als die des Magnetisierung durch den Wechselstrom $dH_{ex}/dt \ll dh(t)/dt$, kann das externe Feld als konstant und die zeitliche Änderung der magnetischen Induktion als

$$\begin{aligned} \frac{dB(t)}{dt} &= 3h \left(1 - H_{ex}^2 - \frac{1}{4}h^2 \right) \omega \cos(\omega t) \\ &\quad - 3H_{ex}h^2 \omega \sin(2\omega t) \\ &\quad + \frac{3}{4}h^3 \omega \cos(3\omega t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

geschrieben werden. Ein zweites Spulensystem ist um den gesamten Ringkern angebracht. In diesem wird durch die Änderung der Magnetisierung eine Spannungen induziert und abgegriffen. Bei Abwesenheit eines externen Induktionsfeldes H_{ex} wird keine Spannung gemessen, da sich die zeitlichen Änderungen der magnetischen Flussdichten aufgrund der Konstruktion aufheben. Bei Anwesenheit eines externen Feldes, wird eine Spannung mit Frequenz 2ω induziert, deren Stärke proportional zu diesem ist.

In einer solchen Anordnung wird nur die Komponente des externen Magnetfelds gemessen, die senkrecht zur umwickelten Fläche der Sekundärwindung steht. Für die dreidimensionale Messung sind also drei orthogonale zueinander stehende Aufbauten nötig. Zur Vergrößerung des Arbeitsbereichs und der Dynamik kann zusätzlich durch Helmholtzspulen das äußere Magnetfeld kompensiert werden.

Jeder CLUSTER Satellit ist mit zwei dreiachsigen Fluxgate-Magnetometern und der *Digital Processing Unit* (DPU) bestückt 2.3. Ein Sensor befindet sich am Ende des fünf Meter langen Auslegers (*outboard*), der zweite Sensor bei 1,5 Meter (*inboard*) Abstand vom Satelliten. Die Daten der Sensoren werden in der DPU aufbereitet. Die Magnetometer besitzen verschieden Arbeitsmodi (Tab. 2.1) für die Vermessung der magnetisch unterschiedlichen Bereiche der Magnetosphäre (hohe Magnetfeldstärken) und des Sonnenwinds (geringe Magnetfeldstärken) und sind für den Frequenzbereich der Magnetfeldvariationen von 1 – 10 Hz optimiert. Die interne Abtastung beträgt 201,793 Vektoren s^{-1} . Für die zwei Hauptarbeitsmodi werden diese intern auf 15,52 Vektoren s^{-1} (Normal-Mode) und 67,25 Vektoren s^{-1} bzw. 22,416 Vektoren s^{-1} (*Burst-Mode*) reduziert (Bale et al. 2005, Gloag et al. 2010).

Tabelle 2.1: Arbeitsbereiche FGM (Balogh et al. 2001).

Range No.	Bereich			Auflösung
2	–64 nT	bis	+63,97 nT	$7,8 \times 10^{-3}$ nT
3	–256 nT	bis	+255,87 nT	$3,1 \times 10^{-3}$ nT
4	–1024 nT	bis	+1023,5 nT	0,125 nT
5	–4096 nT	bis	+4094 nT	0,5 nT
6	–16384 nT	bis	+16382 nT	2,0 nT
7	–65536 nT	bis	+65504 nT	8,0 nT

2.1.2 Das Ion Spectrometry Experiment CIS

Das Cluster Ion Spectrometry Experiment besteht aus zwei separaten Instrumenten: dem Hot Ion Analyzer (HIA) und dem Ion Composition and Distribution Function Analyser (CODIF). Beide Instrumente bestimmen die dreidimensionale Geschwindigkeitsverteilungsfunktion $f(\mathbf{v})$ der Ionen je Rotationsperiode (4s) eines Satelliten.

Der Hot Ion Analyzer ist für die Detektion von Ionen (H^+ , He^+) im Sonnenwindplasma ausgelegt, die sich durch hohe Temperaturen und Teilchenflussdichten (Strömungsgeschwindigkeit) auszeichnen. HIA misst die Energie pro Ladung eines Ions im Bereich 5 – 32 keV/e über elektrostatische Ablenkung in einer *Top-Hat*-Anordnung (Abb. 2.5,

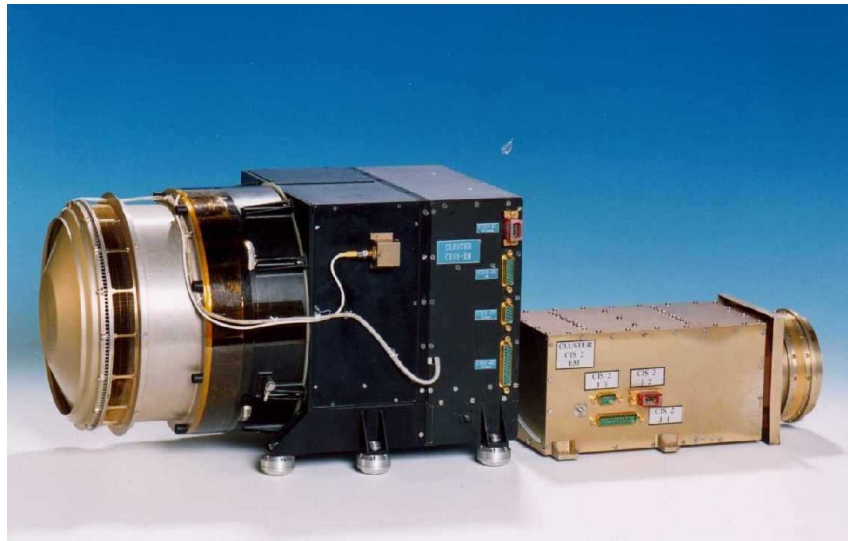


Abbildung 2.4: CODIF (links) und HIA (rechts) (Mit freundlicher Genehmigung von Henri Rème).

links). Diese besteht aus zwei übereinander gestapelten, konvexen Halbschalen an die eine Spannung (V) angelegt ist, so dass ein elektrisches Feld im Freiraum zwischen ihnen aufgebaut wird. Die obere Schale besitzt eine Öffnungen, durch die die Ionen in das Instrument in einem bestimmten Winkelbereich gelangen können. Innerhalb der Apparatur werden die Ionen um 90° abgelenkt. Der Ort, an dem ein Ion auf der ringförmigen *Microchannel Plate* (MCP, flächenhafter, bildauflösender Sekundärelektronenvervielfacher) am Ende der Halbschalen auftrifft, gibt dann Aufschluss über die Bewegungsenergie und -richtung des Ions.

CODIF ist ähnlich wie HIA aufgebaut und kann Ionen mit Energien pro Ladung von $0,008 - 38 \text{ keV/e}$ detektieren. CODIF besitzt zusätzlich noch einen *Retarding Potential Analyzer* (Abb. 2.5 rechts), der die Ionen mit Energien $< 25 \text{ eV/e}$ nach ihrem Flug durch die Top-Hat-Sektion auf $\leq 15 \text{ keV/e}$ nachbeschleunigt und die Flugzeit für eine Strecke von 3 cm misst. So wird zusätzlich zum Verhältnis Energie pro Ladung die Energie pro Masse und damit die Ionenspezies (H^+ , He^+ , He^{++} , O^+) bestimmt.

Aus den Messungen der Geschwindigkeitsverteilungen werden dann die in Abschnitt 1.5 vorgestellten Momente und damit Dichte n , Strömungsgeschwindigkeitsvektor \mathbf{V} und Temperaturen T_{\parallel} und T_{\perp} der Ionen ermittelt.

2.2 Wellenvektor-Filter

Die große Stärke von Multi-Satelliten Missionen ist die Möglichkeit räumliche Strukturen (z.B. Wellen, Grenzschichten) direkt zu messen. Die Herausforderung bzgl. des dreidimensionalen Wellenvektor-Spektrums $P(\mathbf{k})$ besteht darin, dies nicht mit einer räumlichen (diskreten) Fourieranalyse zu tun, die sehr viele räumliche Abtastpunkte (Sensoren) benötigen würde, sondern mit nur vier Sensoren/ Satelliten.

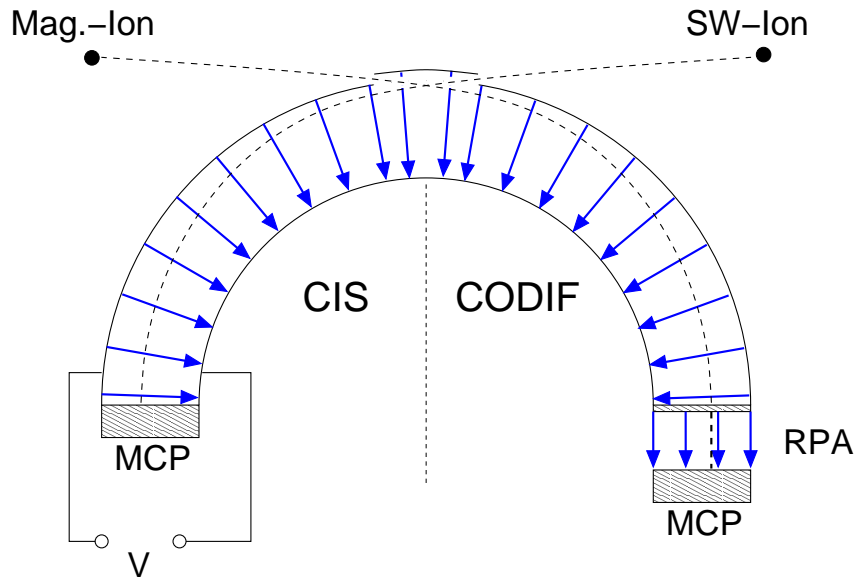


Abbildung 2.5: Messprinzip von HIA (links) und CODIF (rechts). Beide Instrumente besitzen eine Top-Hat-Anordnung, um die Energie pro Ladung durch die Bahnablenkung der Ionen (gestrichelte Linie) aufgrund des Elektrischen Feldes (blaue Pfeile) zwischen den konzentrischen Halbkugeln zu bestimmen. CODIF besitzt zusätzlich einen *Retarding Potential Analyzer* (RPA), um die Energie pro Masse zu messen.

Für die Dispersionsanalyse in dieser Arbeit wird die Multi-Point-Signal-Resonator (MSR) Technik (Narita et al. 2011b) und die Combined-Wavetelescope-MUSIC (CWM) Methode

(Perschke et al. 2016) genutzt. Diese Filter kombinieren die Eigenschaften des Wellenteleskops (Pinçon und Lefeuvre 1991, Motschmann et al. 1996, Glassmeier et al. 2001) mit denen des Extended MUSIC-Algorithmus (Schmidt 1986, Choi et al. 1993), um ein Wellenvektor-Spektrum zu erhalten, welche zusätzlich zur Information über die (Wellen)energie ein hohes Signal-zu-Rausch-Verhältnis im Wellenvektorbereich besitzen.

Ausgangspunkt der verschiedenen Wellenvektor-Filter ist ein Wellenfeld aus M ebenen Magnetfeld-Wellen und isotropem Rauschen:

$$\mathbf{B}(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \mathbf{b}(\omega, \mathbf{k}_m) \mathbf{I} e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} + n(\omega) \mathbf{I}, \quad (2.5)$$

wobei \mathbf{I} für die Einheitsmatrix steht. Die Messungen an L verschiedenen Orten werden in der Messmatrix

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathbf{B}(\omega, \mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{B}(\omega, \mathbf{r}_L) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$= \sum_{n=1}^N \mathbf{H}(\mathbf{k}_n) \mathbf{b}(\omega, \mathbf{k}_n) + n(\omega) \mathbf{I} \quad (2.7)$$

mit Geometriematrix

$$\mathbf{H}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \mathbf{I}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_1} \\ \vdots \\ \mathbf{I}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_L} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

zusammen gefasst.

Die Kreuzspektraldichtematrix

$$\mathbf{R}(\omega) = \langle \mathbf{S}(\omega)\mathbf{S}^\dagger(\omega) \rangle \quad (2.9)$$

bildet die Grundlage der Filter. $\langle \cdot \rangle$ bezeichnet dabei den Mittel- bzw. Erwartungswert und das Symbol \dagger das hermitesch Konjugierte. Das Wellenteleskop projiziert die räumlich gemessene Fluktuationsenergie in den Wellenvektorbereich über ein Optimierungsverfahren (A.1). Der Schätzer des Wellenteleskops hat die Form

$$\mathbf{P}_{\text{WT}}(\omega, \mathbf{k}) = \left[\mathbf{V}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{H}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{R}^{-1}(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{k})\mathbf{V}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (2.10)$$

Die Multi-Point-Signal-Resonator Technik (Narita et al. 2011b) vereint die Energieinformation des Wellenteleskop-Spektrums mit dem besseren Signal-zu-Rauschverhalten im Wellenvektorbereich des (Extended) MUSIC-Algorithmus. Der MUSIC-Algorithmus (*Multiple Signal Classification*) (Schmidt 1986) unterteilt die Eigenvektoren der Kreuzspektraldichtematrix \mathbf{R} aufgrund der Eigenwerte in einen Signal-plus-Rauschen- sowie einen Rauschenanteil und nutzt die Orthogonalität der Eigenvektoren des Rauschens mit den Geometrievektoren (Gl.(2.8)), um das Wellenvektor-Spektrum zu bestimmen (A.2). Der MUSIC-Algorithmus setzt die Kenntnis der Signalanzahl voraus. Da die genaue Zahl der Signaleigenwerte jedoch in der Natur nicht bekannt ist, wird zur Trennung zwischen Signal- und Rauscheigenvektor der Extended MUSIC (EM)-Algorithmus (Choi et al. 1993) verwendet. Zusätzlich wird die Divergenzfreiheit der Magnetfeldfluktuationen integriert (A.3):

$$\mathbf{P}_{\text{MSR}}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{P_{\text{EM0}}(\omega)} \mathbf{P}_{\text{EM}}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{P}_{\text{WT}}(\omega, \mathbf{k}) \quad (2.11)$$

$$= \frac{\mathbf{P}_{\text{WT}}(\omega, \mathbf{k})}{P_{\text{EM0}}(\omega)} \left[\mathbf{V}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{H}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{F}(\omega)\mathbf{\Lambda}^{-n}\mathbf{F}^\dagger(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{k})\mathbf{V}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (2.12)$$

Die gesamte spektrale Energiedichte ist gegeben durch

$$P_{\text{MSR}} = \text{Spur}(\mathbf{P}_{\text{MSR}}(\omega, \mathbf{k})). \quad (2.13)$$

Das EM-Spektrum ist dabei auf dessen Maximalwert im Wellenvektorbereich

$$P_{\text{EM0}}(\omega) = \max_{\mathbf{k}} (P_{\text{EM}}(\omega, \mathbf{k})) \quad (2.14)$$

normiert.

2.2.1 Combined-Wavetelescope-MUSIC Methode CWM

Die Höhen der Spitzen im EM-Spektrum liefern keine Information über die spektrale Energiedichte, was Einfluss auf die geschätzten spektralen Energiedichten des MSR-Filters hat. Die Normierung auf das Maximum $P_{EM0}(\omega)$ führt dazu, dass die Werte bei einem Maximum im MSR- und Wellenteleskop-Spektrum identisch sind. Für weitere Maxima im Wellenvektorbereich muss dies nicht der Fall sein, da die Orthogonalitätsbedingung für mehrere Wellen beliebig gut erfüllt sein kann (Abb. 2.6, gestrichelte (WT) und durchgezogene Linie (MSR)). Narita et al. (2011b) zeigten, dass für zwei (künstliche) Wellen mit Intensitätsverhältnissen 1/2, 1/5 und 1/10 die spektralen Energiedichten im MSR-Spektrum mehrere Größenordnungen ($O(10^{-1})$, $O(10^{-3})$, $O(10^{-5})$) auseinander liegen.

Für die Analyse der spektralen Energiedichte diskreter Wellen (repräsentiert durch lokale Maxima im Frequenz-Wellenvektor-Spektrum) kann jedoch der MSR-Filter abgewandelt werden, so dass die Frequenz-Wellenvektor-Koordinaten der Spitzen weiterhin durch das MSR-Spektrum bestimmt werden, die spektrale Energiedichten aber durch die Werte des Wellenteleskop-Spektrums an diesen Positionen gegeben ist. Die lokalen Maxima im EM-Spektrum werden somit als Reihe von j auf eins normierte Delta-Funktionen betrachtet

$$\text{lok.,max}_{\mathbf{k}} P_{EM}(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow \sum_j \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_j) \quad (2.15)$$

und mit den Werten des Wellenteleskop-Spektrums multipliziert

$$P_{CWM}(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow \sum_j P_{WT}(\omega, \mathbf{k}) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_j). \quad (2.16)$$

Grafisch ist dieses Vorgehen in Abb. 2.6 dargestellt. Zur Unterscheidung vom MSR-Filter wird das resultierende Spektrum als *Combined-Wavetelescope-MUSIC*-Spektrum $P_{CWM}(\omega, \mathbf{k})$ bezeichnet und findet in Kapitel 4 Anwendung.

2.3 Anwendung auf Cluster-Messungen im Sonnenwind

2.3.1 Limitierungen durch Satellitenkonfiguration

Neben dem klassischen Aliasing im Frequenzbereich durch eine endliche Abtastrate führt auch die diskrete räumliche Messung zu Aliasing- und Rückfaltungseffekten, die zusätzlich durch die Satellitenkonfiguration beeinflusst werden.

Eine nahezu tetraederförmige Konfiguration ist für die dreidimensionale Wellenvektor-Analyse notwendig. Ein Maß für die *Dimensionalität* der Satellitenkonfiguration ist der Q_G -Faktor (Vom Stein et al. 1992, Glassmeier et al. 2001)

$$Q_G = 1 + \frac{\text{Wahres Volumen}}{\text{Ideales Volumen}} + \frac{\text{Wahre Fläche}}{\text{Ideale Fläche}}. \quad (2.17)$$

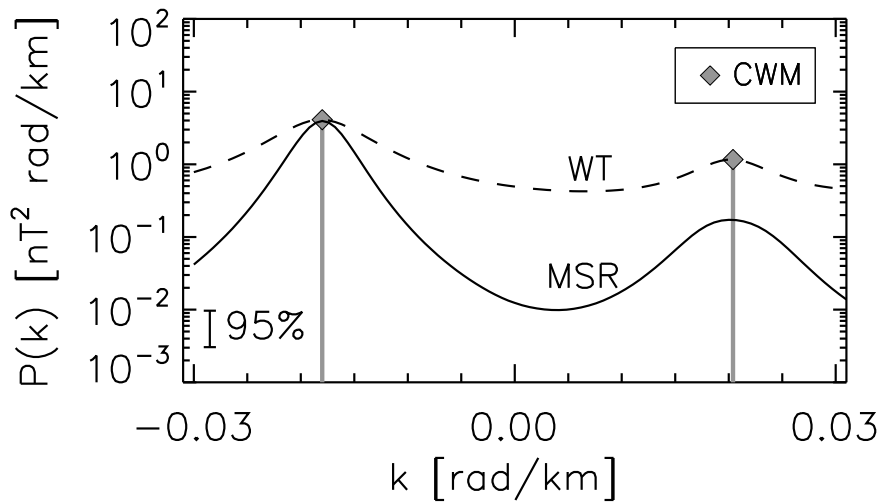


Abbildung 2.6: Wellenzahl-Spektren $P(k)$ des Wellenteleskops (WT), der MSR- und CWM-Methode für zwei synthetische Wellen und 95%-Konfidenzintervall. Die MSR-Methode kann die zweite Welle besser detektieren als das Wellenteleskop, die Energiedichte weicht jedoch um eine Größenordnung ab. Der CWM-Schätzer wichtet die mit der MSR-Methode detektierten Wellen mit den Energiedichten des Wellenteleskops.

Das wahre Volumen und die wahre Fläche werden aus der Satellitenkonfiguration, das ideale Volumen und die ideale Fläche für ein reguläres Tetraeder mit Kantenlänge des mittleren (gemessenen) Satellitenabstands berechnet.

Für ein reguläres Tetraeder ist $Q_G = 3,0$. Liegen alle Satelliten in einer Ebene oder auf einer Linie, so ist $Q_G = 2,0$ bzw. $Q_G = 1,0$. Zur Bestimmung des Einflusses der Satellitenkonfiguration auf die Genauigkeit der Bestimmung eines Wellenvektors für $k < k_{\max}$ werden synthetische Daten mit je einer ebenen Welle mit dem Wellenvektor \mathbf{k}_{in} und isotropem Rauschen erzeugt und mit der MSR-Methode analysiert. Der Wellenvektoren werden so variiert, dass die Welle aus unterschiedlichen Richtungen $\phi = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; \dots; 350^\circ$ und $\theta = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; \dots; 180^\circ$ und mit verschiedenen Wellenzahlen k_{in}/k_{\max} zwischen 0,05 und 1,0 auf die (künstlichen) Satelliten treffen. Die mittleren Abweichungen der detektierten und generierten Wellenzahlen $|\delta k|/k$, Azimutwinkel $|\Delta\phi|$ und Polarwinkel $|\Delta\theta|$ sind als Kreise in Abb. 2.7 für Q_G -Werte zwischen 2,1 und 3,0 gezeigt. Die Balken im Hintergrund zeigen die minimale und maximale Abweichung ($|\Delta k/k_{in}|_{\max} = 1$; $|\Delta\theta|_{\max} = 90^\circ$; $|\Delta\phi|_{\max} = 180^\circ$) und damit die Streuung an. Je dichter der Mittelwert am Minimum liegt, um so geringer ist die Häufigkeit großer Abweichungen. Fehler in der Bestimmung können durch eine zu geringe Abtastung oder einer ungünstigen Geometrie zwischen Wellenvektor \mathbf{k}_{in} und Sensorkonfiguration entstehen. Für generierte Wellenzahlen $k_{in}/k_{\max} > 0,1$ und $Q_G \geq 2,3$ ist der relative Fehler $\Delta k/k_{in}$ bei mehr als 98% der analysierten Wellen geringer als 0,1 (vergleichbar mit Ergebnissen des Wellenteleskops von Sahraoui et al. (2010a)) und in der Richtungsgenauigkeit ($|\Delta\theta|$ und $|\Delta\phi|$) bei 85% der Wellen besser als 5° . Für die Auswahl und Analyse der Sonnenwindintervalle werden diese Werte deshalb als untere Grenzen in der Konfiguration und des Wellenzahlbereichs genutzt.

Der Wellenvektorbereich, in dem das Spektrum $P(\mathbf{k})$ bestimmt werden kann, ist durch die

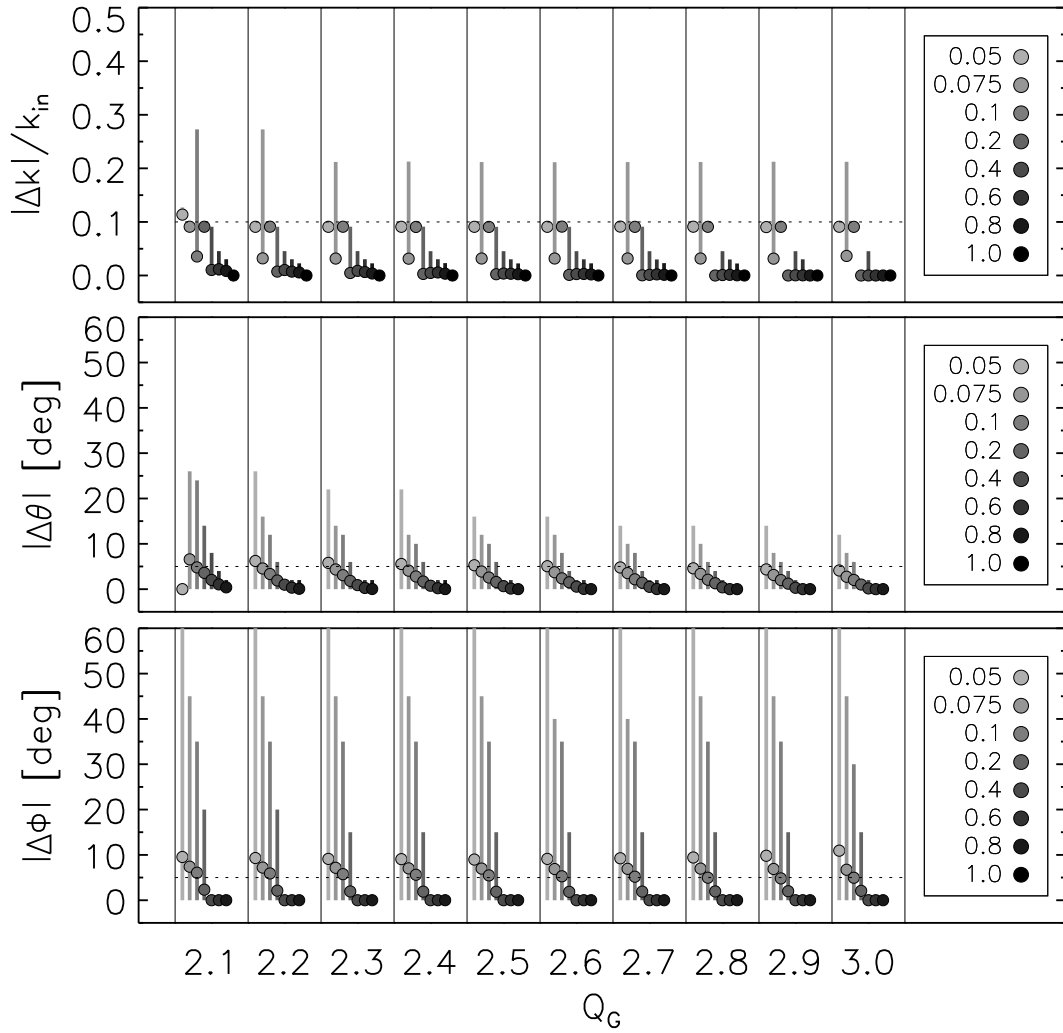


Abbildung 2.7: Abweichungen $|\Delta k/k_{in}|$, $|\Delta\phi|$ und $|\Delta\theta|$ zwischen generierten Wellenvektor \mathbf{k}_{in} und den MSR-Ergebnissen bei unterschiedlichen Wellenzahlen (grau) und Konfigurationen Q_G . Die Kreise entsprechen den Mittelwerten der Analyseergebnisse, dahinter liegenden Balken der Breite minimaler und maximaler Abweichungen.

Satellitenkonfiguration vorgegeben und entspricht einer Brillouin-Zone. Für ein reguläres Tetraeder hat diese die Form eines Würfels und wird für abweichende Konfigurationen gestreckt und gestaucht (Narita und Glassmeier 2009). Die Nyquist-Wellenzahl k_{Ny} ist also richtungsabhängig. Zusätzlich wird Energie von Fluktuationen größerer Wellenvektoren $k > k_{Ny}$ in die Brillouin-Zone gefaltet. Um diese Effekte zu minimieren wird die maximale Wellenzahl der Analyse $k_{max} = 0,9 \min(k_{Ny})$ gewählt. Hierbei ist $\min(k_{Ny})$ die kleinste Nyquist-Wellenzahl und entspricht dem Radius einer Kugel, die in der Brillouin-Zone liegt. Der Faktor 0,9 wurde unter der Annahme gewählt, dass bei einem spektralen Abfall von $P(k) \sim k^{-5/3}$ die zurück gefaltet Energiedichte $P(k')$, $k' > k_{Ny}$ weniger als 40% Anteils $P(k)$ besitzt. Hin zu kleinen Wellenzahlen ist die Analyse aufgrund des relativen Fehlers $\Delta k/k$ limitiert. Bis $k > k_{max}/10$ ist dieser Fehler kleiner als 10%. Entsprechend wird der Wellenvektorbereich auf $k_{max}/10 \leq k \leq k_{max}$ beschränkt.

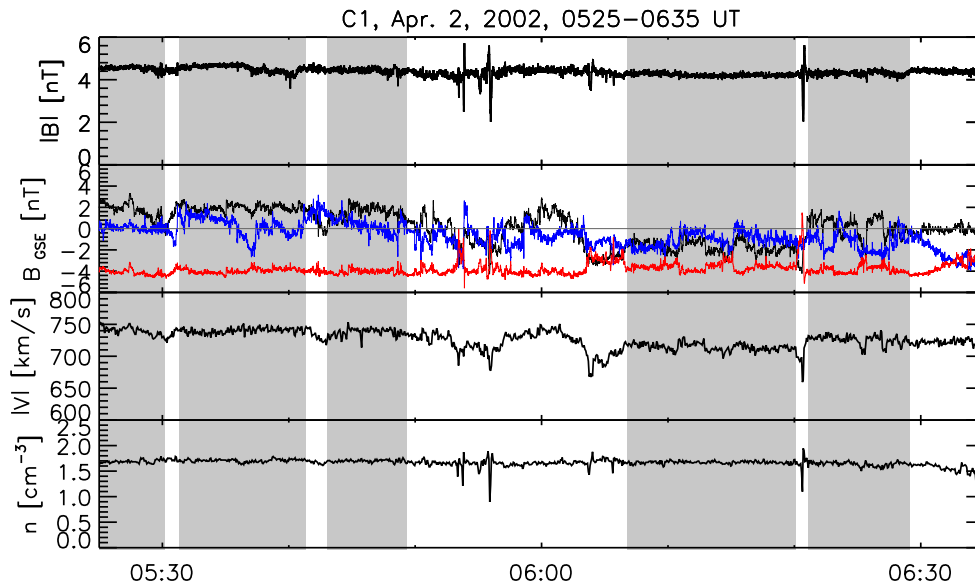


Abbildung 2.8: Zeitreihen der Magnetfeldmagnitude $|B|$ und -Komponenten in GSE-Koordinaten B_x (schwarz), B_y (blau), und B_z (rot) (1. und 2. Zeile), Ionengeschwindigkeit $|V|$ und Ionenzahldichte n_i . Grau hinterlegt sind die Zeitintervalle, die für die Dispersionsanalyse geeignet sind (Perschke et al. 2013).

Aufgrund der Doppler-Verschiebung $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{SW}$ wirkt sich das räumliche Aliasing und die damit verbundene Wellenzahl-Limitierung auch auf den nutzbaren Frequenzbereich aus. Dieser Effekt wird spatio-temporal Aliasing (Narita et al. 2010, Sahraoui et al. 2010a) genannt und limitiert den Frequenzbereich auf $f_{max} = k_{max} \cdot V_{SW}$ und $f_{min} = k_{min} \cdot V_{SW}$. Eine weitere Einschränkung ergibt sich durch die Eigenrotation (Spin) der Satelliten. Dadurch werden Frequenzen um $f_{spin} = 0,25$ Hz von Analyse ebenfalls ausgeschlossen.

2.3.2 Datenauswahl und Trennung von Signal und Rauschen

Das Gebiet vor der Bugstoßwelle gliedert sich in zwei Bereiche. In einem ist der „freie“ Sonnenwind zu finden, im anderen, der *Foreshock*-Region, ist der Sonnenwind durch reflektierte Sonnenwindionen und -elektronen durchsetzt. Dies zeigt sich deutlich in den Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der Plasmaspezies, die von einer Strahlungsverteilung mit zentraler Spitze bei V_{SW} im freien Sonnenwind zu einer Zweistrahl- und Ringverteilung in der Foreshock-Region führt (Treumann und Scholer). Eine weitere Signatur der Foreshock-Region sind großamplitudige Magnetfeldfluktuationen, wie sie in den Zeitreihen in Abb. 2.8 zu sehen sind. Die Verunreinigung des freien Sonnenwinds durch Foreshock-Signaturen schränkt die Datenauswahl, neben der Satellitenkonfiguration und Richtungsvariation der Hintergrundfelder, weiter ein.

Bei der Dispersionsanalyse selbst muss neben der Frequenzbegrenzung durch das spatio-temporal-Aliasing auch das Instrumentenrauschen beachtet werden. Im Frequenzspektrum zeigt sich dieses durch eine Abflachung des Spektrums bei Frequenzen zwischen 1 und 2 Hz. Aus den Forderungen quasi-homogener und quasi-stationärer Hintergrundfelder

und einem gutem Signal-zu-Rausch-Verhältnis muss ein Kompromiss bei der Datenauswahl gefunden werden. In den Analysen in Kapitel 3 und 4 werden dafür Intervalle mit kleiner Amplitudenvariation $\delta B/B_0 \lesssim 0,05$ und eine Richtungsvariation des Hintergrundmagnetfeld von maximal 15° gewählt.

Um sicher zu gehen, dass das Signal einer plasmaphysikalischen Struktur und nicht Strukturen im Rauschen (z.B. durch Anisotropie oder zu geringes SN-Verhältnis) diskutiert werden, werden reine Rauschdaten analysiert.

Optimal wäre diese Analyse mit Rauschsignal-Messungen aller vier FGM-Magnetometer gewesen. Es existiert jedoch nur eine solche Messung für das Magnetometer von C3 mit einer Länge von einer Stunde und Abtastrate von 10 Hz (persönliche Kommunikation mit Karl-Heinz Fornaçon und Ingo Richter). Um dennoch ein Rauschprofil im Wellenvektorspektrum mit echtem Magnetometer-Rauschen zu bestimmen, wurde diese Zeitreihe in vier zehnminütige Abschnitte geteilt und als Eingangssignal für die Wellenvektor-Analyse bei $Q_G = 3,0$ und $d_{sc} = 100$ km verwendet. Ein Beispiel für die Zeitreihe und das entsprechende Frequenzspektrum ist in Abb. 2.9 gezeigt. Die Dispersionsanalyse wird für verschiedenen Frequenzen zwischen 0,1 und 1 Hz durchgeführt. Das Dispersionsdiagramm in (Abb. 2.10) zeigt eine erratische Frequenz-Wellenzahl-Verteilung und eine Streuung des Winkels θ_{kB} von 0 bis 180° .

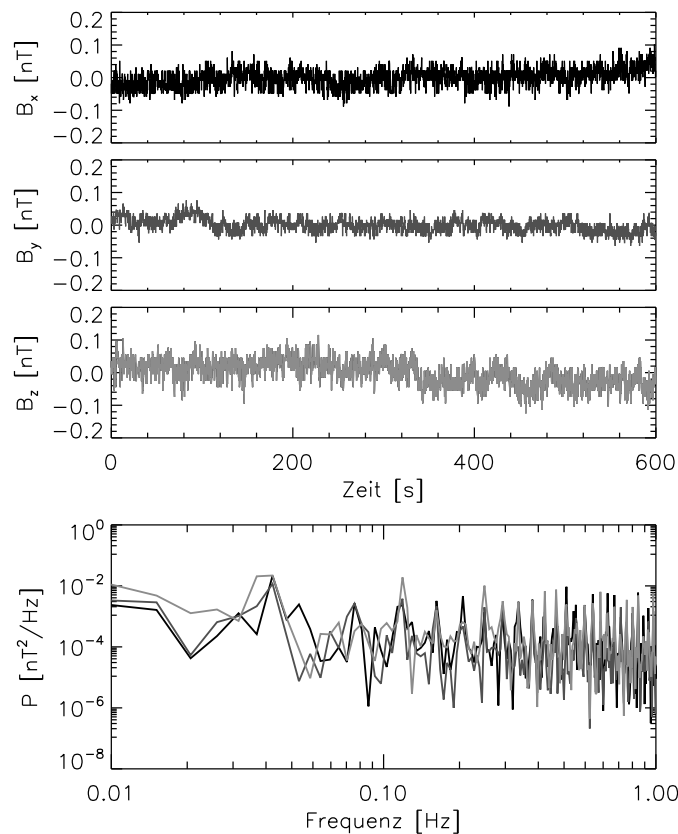


Abbildung 2.9: Zeitreihe und Frequenzspektrum der Rauschsignal-Messung.

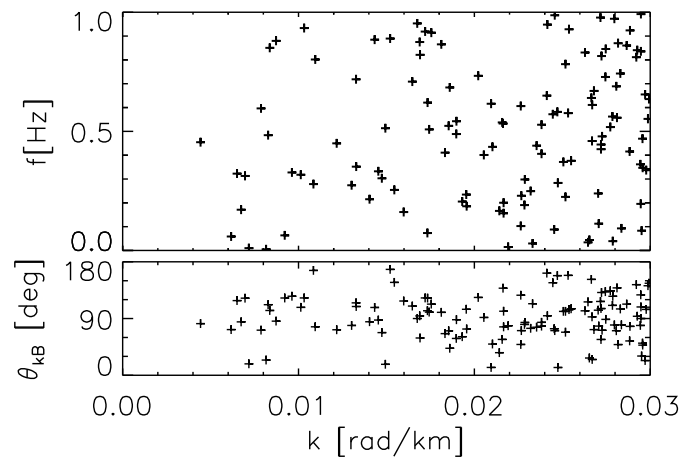


Abbildung 2.10: Dispersionsdiagramm der Rauschsignal-Messung.

3 Klassifizierung von Normal- und Nichtnormalmoden

Die Dispersionsanalysen im Sonnenwind von Narita et al. (2011a) und Perschke et al. (2013) zeigen eine starke Frequenzstreuung im Bereich verschiedener Dispersionsrelationen. Diese qualitativen Beobachtungen werden in diesem Kapitel um eine quantitative Analyse ergänzt. Hierzu werden im folgenden neun Sonnenwindintervalle untersucht. Für jedes Intervall werden die detektierten Wellen einer Gruppe von verschiedenen Normalmoden (Kinetische Alfvén-Mode, Proton-Bernstein-Mode, Helium-Bernstein-Mode) oder der Nichtnormalmoden (Sideband waves) zugeordnet. Ergänzend werden Variationen der Hintergrundparameter (Magnetfeld, Teilchenzahldichte und Temperatur) bei der Berechnung der theoretischen Dispersionsrelationen berücksichtigt. Im Ergebnis können 60% der beobachteten Wellen einer Normalmode zugeordnet werden, 40% der Wellen vor allem im Frequenzbereich $\omega_{re} \lesssim \Omega_p$ jedoch nicht. Ein aus allen Intervallen erstelltes Frequenz-Wellenzahl-Histogramm (Häufigkeitsverteilung) zeigt eine Konzentration von Wellen bei Frequenzen ω_{re} zwischen 0 und $2\Omega_p$ und Phasengeschwindigkeiten unterhalb von $2 V_A$. Höherfrequente Wellen oder Wellen mit größerer Phasengeschwindigkeit sind sehr viel seltener. Im Ergebnis kann die Variation der Dispersionsrelationen durch variierende Hintergrundbedingungen die Frequenzverbreiterung nur teilweise erklären.

3.1 Modifikation der Dispersionsrelationen

Mit linearer Theorie kann das Verhalten eines Systems beschrieben werden, bei dem ein stationärer Zustand gestört wird. Der stationäre Zustand zeichnet sich bei der Betrachtung/ Berechnung von Normalmoden (geringe Dämpfung bzw. keine Instabilitäten) durch feste Hintergrundbedingungen aus, welche dann die Dispersionseigenschaften (u.a. Phasengeschwindigkeit v_{ph} bzw. den Brechungsindex ω/kc) über die mittlere Dichte n_0 , die Temperatur der Plasmaspezies T , Temperaturanisotropie T_{\perp}/T_{\parallel} und das Magnetfeld B_0 bestimmen.

In der Beschreibung der Sonnenwindturbulenz als Überlagerung von Normalmoden in der Schwachen-Turbulenz-Theorie ist Superposition impliziert, d.h. die verschiedenen Wellen beeinflussen sich nur sehr schwach und die Dispersionsrelation bleibt erhalten. Dies muss in der voll entwickelten Turbulenz jedoch nicht der Fall sein, da aufgrund der abgedeckten Skalen vielfältige Amplituden- und somit Hintergrundvariationen auftreten können, was

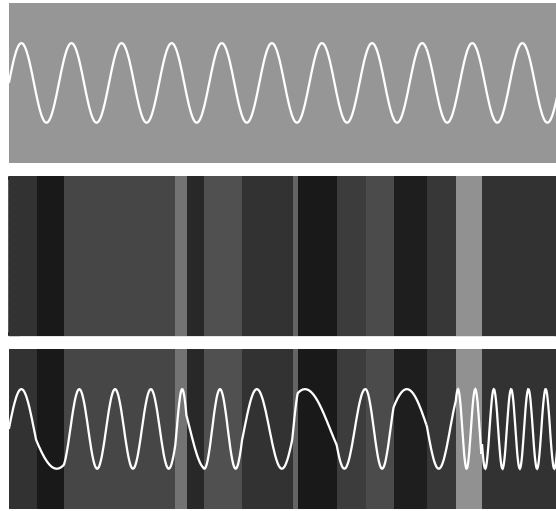


Abbildung 3.1: Illustration der variierenden Hintergrundbedingungen. Oben: Welle mit konstanter Wellenlänge (homogener Hintergrund). Mitte: Variationen im Hintergrund (Brechungsindex), Unten: Welle mit lokal variierender Wellenlänge.

zu einer Variation der gemessenen Dispersionsrelationen führen kann.

In der folgenden Betrachtung wird angenommen, dass diese lokalen Variationen auf den Zeitskalen der Intervalllängen (~ 10 min) gleichmäßig mit der Sonnenwindströmung konvektiert werden und eine Variation des Wellenvektors bzw. der Wellenzahl zur Folge hat, die sich auf die Frequenzen überträgt (vgl. Gl(1.1)):

$$\omega_{sc}(\mathbf{k}) = (\mathbf{k} + \Delta\mathbf{k}) \cdot \mathbf{V}_{SW} + \omega_{re}(\mathbf{k} + \Delta\mathbf{k}). \quad (3.1)$$

Zur Veranschaulichung der physikalischen Situation zeigt der obere Abschnitt in Abb. 3.1 eine ebene Welle in einem homogenen Medium. Der variierende Hintergrund (angedeutet durch verschiedene Graustufen, mitte) ändert lokal den Brechungsindex und damit die Wellenlänge der Welle (weiß, unten). Grundsätzlich ist es möglich (aber sehr aufwendig) über die Verteilungsfunktionen der Hintergrundparameter die Streuung der Dispersionsrelationen zu berechnen (Yeh 1972). Eine solch detaillierte Analyse ist in dieser Studie jedoch nicht nötig, da zunächst untersucht werden soll, ob die Frequenzstreuung im Dispersionsdiagramm durch die variierenden Hintergrundparameter (Minimal- und Maximalwerte) überhaupt erklärt werden können.

In Abb. 3.2 ist der Effekt für beide Referenzsysteme (Spacecraft oben, mitbewegtes System unten) als graue Unschärfe um eine Welle (Punkt) dargestellt.

3.2 Analyse

Für die Untersuchung der Dispersionseigenschaften (auf ionenkinetischen Skalen) werden neun Sonnenwindintervalle aus dem Jahr 2002 analysiert (Tab. 3.1). Dabei werden

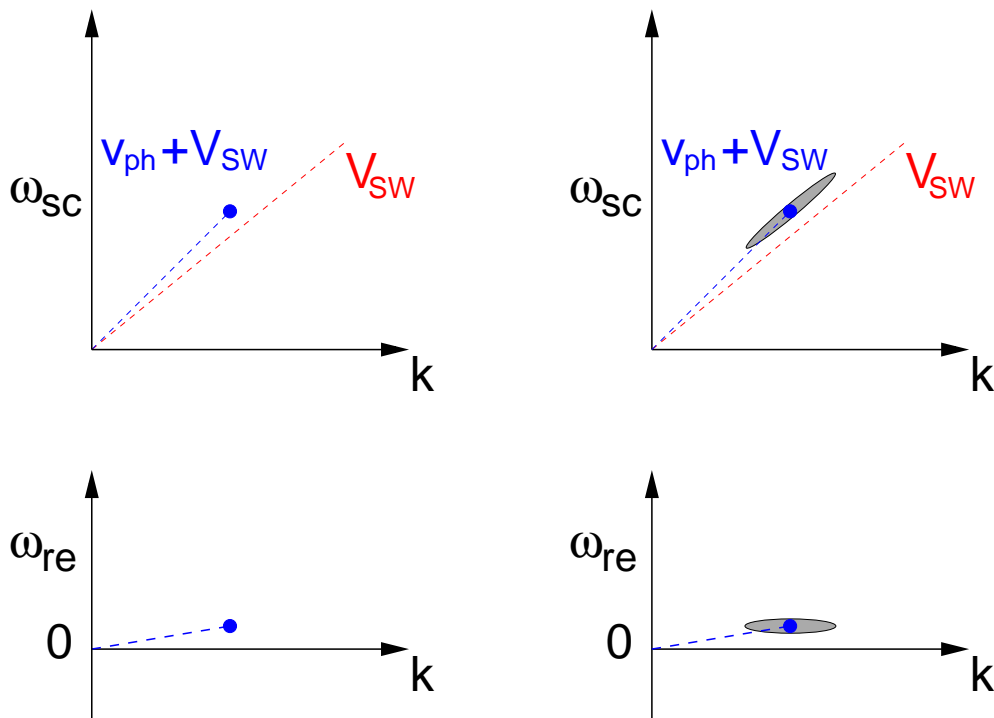


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Frequenz- und Wellenzahlverbreiterung durch lokale Hintergrundparameteränderungen.

22 Hz Daten vom Fluxgate-Magnetometer FGM und 4 s CIS Daten genutzt. Die Intervalle sind so gewählt, dass die Satelliten eine Tetraederkonfiguration bei ca. 100 km Satellitenabstand besitzen. Die quasi-homogenen Hintergrundbedingungen werden durch die Wahl der Intervalle mit Richtungsvariation von \mathbf{B}_0 von weniger als 15° und Amplitudenvariationen von einigen wenigen Prozent im Magnetfeld und Strömungsgeschwindigkeit erfüllt. Die Zeitreihen des Intervalls vom 11. Feb. 2002 in Abb. 3.3 verdeutlichen diese Eigenschaften. Die Geschwindigkeiten der neun Sonnenwindintervalle liegen im Bereich von 400 km s^{-1} und 600 km s^{-1} , die Werte des Plasmabetas β_p zwischen 0,5 und 1,6.

3.2.1 Dispersionsanalyse

Die Analyse beginnt mit der Transformation der Magnetfelddaten in ein *Mean-field-aligned*-Koordinatensystem (MFA). Die Basisvektoren des MFA-Systems werden aus den Vektoren des Hintergrundmagnetfelds \mathbf{B}_0 und der Strömungsgeschwindigkeit \mathbf{V}_{SW} konstruiert: $\mathbf{e}_z = \mathbf{B}_0/B_0$, $\mathbf{e}_y = (\mathbf{e}_z \times \mathbf{V}_{SW}/V_{SW})$ und $\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z$. Anschließend werden die Zeitreihen in Subintervalle unterteilt. Jedes Subintervall besitzt eine Länge von 1024 Datenpunkten, wird mit einer 5%-Kosinus-Funktion überlagert und jeweils mit einer Überschneidung von 128 Datenpunkten zur Berechnung der Kreuzspektraldichtematrix $\mathbf{R}(f_{sc})$ verwendet.

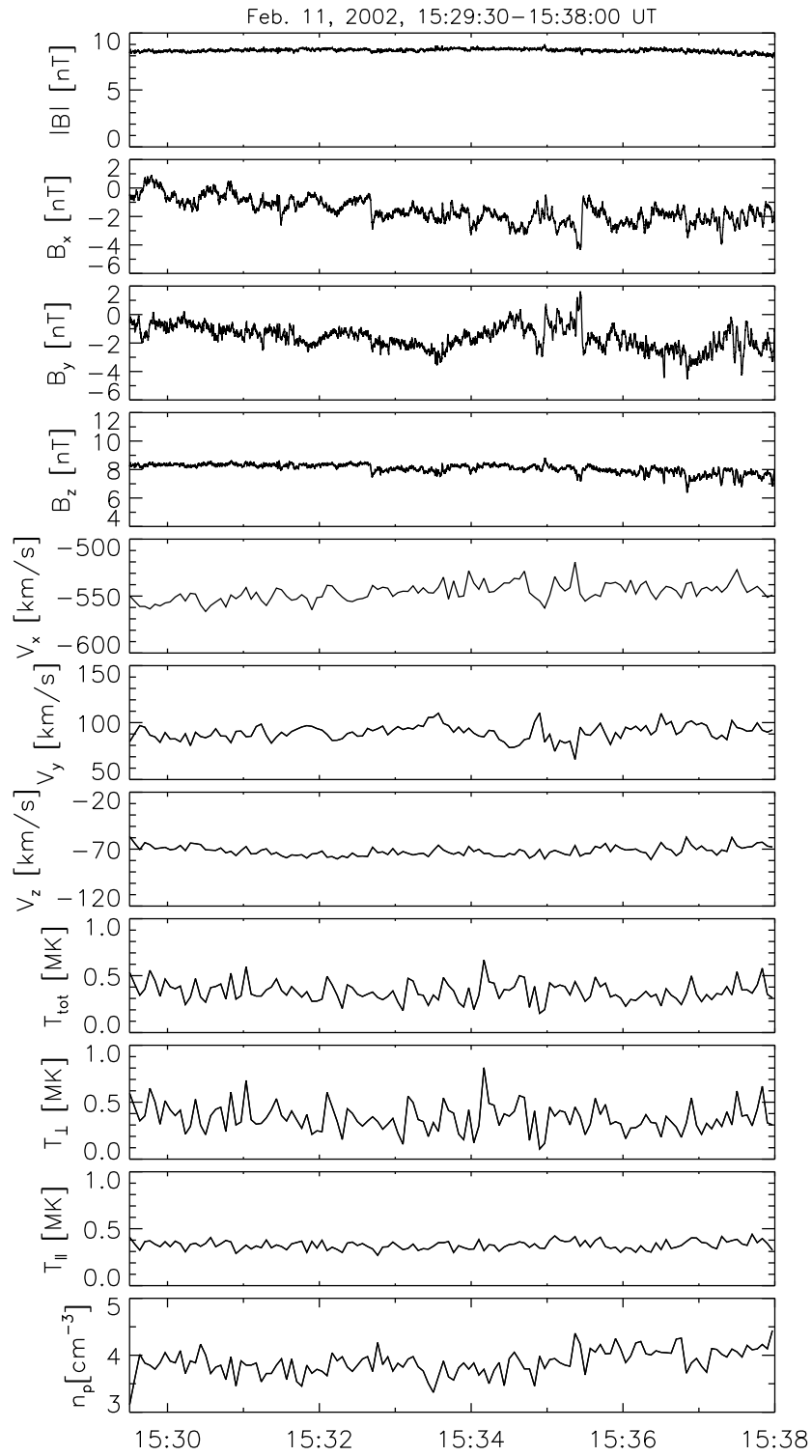


Abbildung 3.3: Zeitreihen der Magnetfeldmagnitude B und Komponenten B_x , B_y , B_z , Ionengeschwindigkeit V_x , V_y , V_z , Ionentemperaturen T , T_{\perp} und T_{\parallel} und Ionenzahldichte n_p .

Tabelle 3.1: Sonnenwindparameter der neun Intervalle in aufsteigender Plasmabeta Reihenfolge (Perschke et al. 2014).

	Datum	Beginn	Ende	$V_{sw}[\text{km s}^{-1}]$	β_p	$n_p[\text{cm}^{-3}]$	$\delta B/B_0$
1	2002 Mär 23	17:35	17:45	462	0,5	10,0	0,01
2	2002 Apr 05	19:36	19:42	393	0,5	6,7	0,02
3	2002 Feb 11	15:29	15:38	562	0,6	8,5	0,02
4	2002 Apr 12	21:01	21:11	402	0,9	6,5	0,02
5	2002 Feb 09	01:22	01:35	490	0,9	4,7	0,02
6	2002 Apr 02	20:44	20:52	635	1,2	4,8	0,02
7	2002 Feb 12	14:08	14:21	511	1,4	6,2	0,05
8	2002 Mär 08	08:09	08:14	483	1,5	4,5	0,02
9	2002 Mär 07	05:54	06:04	591	1,6	3,8	0,04

Für die Zeitreihen der Magnetfeldkomponenten in Abb. 3.3 sind die Frequenzspektren der parallelen und senkrechten Fluktuationen in Abb. 3.4 abgebildet, wobei die senkrechten die parallelen Fluktuationen dominieren. Beide Kurven fallen zunächst mit $f_{sc}^{-5/3}$ und bei Frequenzen um 0,3 Hz steiler mit $f_{sc}^{-11/3}$ ab. Bei Frequenzen oberhalb von zwei Hertz flachen beide Kurven deutlich ab und laufen in das Rauschniveau der Magnetometer. Durch die Wahl von 1024 Datenpunkten besitzt jedes Intervall mindestens sechs unabhängige Subintervalle und somit 12 Freiheitsgrade zur Bestimmung des Konfidenzintervalls. Unter Berücksichtigung der Frequenz- und Wellenzahllimitierungen (gestrichelte Linien) werden mit der MSR-Technik die Frequenz-Wellenzahl-Spektren $P_{MSR}(f_{sc}, \mathbf{k})$ berechnet.

Die Abtastung erfolgt in kartesischen Koordinaten mit Schrittweite $\Delta k = 0.015k_{max}$ und die Identifizierung der lokalen Maxima im Spektrum über den Vergleich eines Wertes mit seinen 124 ($5^3 - 1$) Nachbarpunkten und dem Verhältnis $P_{max}/P_{mean} > 100$, wobei P_{mean} der Mittel- und P_{max} der Maximalwert der 125 Punkte ist. Abb. 3.5 zeigt beispielhaft einen Schnitt durch die Wellenvektor-Spektren der MSR- und Wellenteleskop-Methode. Die Spitze bei 0,004 rad/km ist im MSR-Spektrum im Vergleich zum Spektrum des Wellenteleskops deutlich zu erkennen.

Zum Schluss erfolgt die Doppler-Korrektur und die Transformation in ein System mit positiven Frequenzen ω_{re} , so dass die Richtung der Wellenvektoren direkt gegeben ist:

$$(\omega_{re}, \mathbf{k}) = \begin{cases} (-\omega_{re}, -\mathbf{k}), & \omega_{re} < 0 \\ (\omega_{re}, \mathbf{k}), & \omega_{re} \geq 0 \end{cases} . \quad (3.2)$$

3.2.2 Berechnung der Normalmoden

Die Dispersionsrelationen der Normalmoden im Bereich $kV_A/\Omega_p \approx 1$ werden mit dem WHAMP (Waves in homogeneous anisotropic magnetized Plasmas)-Code (Rönnmark 1983, 1985), einem Programm zur Bestimmung von Dispersionsrelationen in Vlasov-Plasmen, für verschiedenen Ausbreitungswinkel θ_{kB} aus der Wellenvektoranalyse berechnet. Grundlage der Berechnung sind die (anisotropen) Maxwell-Verteilungen der Plasmaspezies, die durch die gemessenen Parameter Teilchenzahldichte n_p , Temperatur T_p

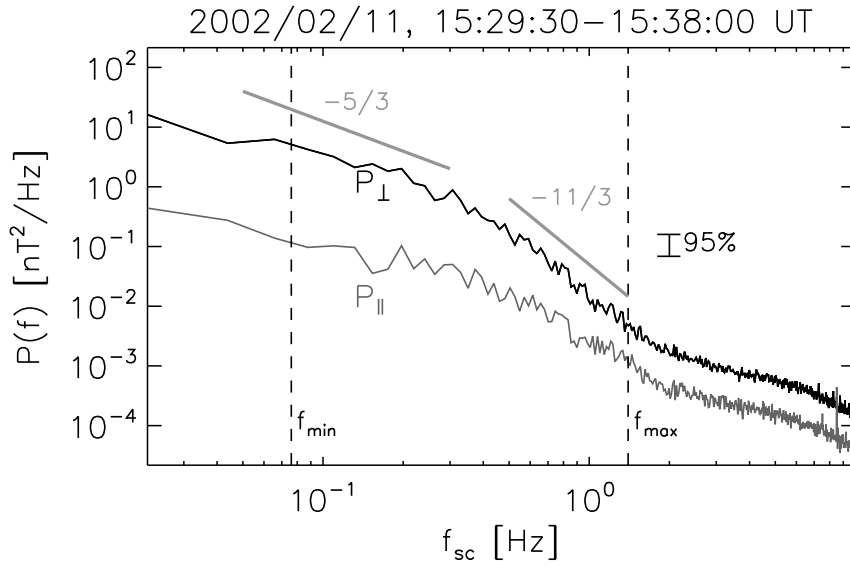


Abbildung 3.4: Frequenzspektren der parallelen und senkrechten Magnetfeldfluktuationen P_{\parallel} und P_{\perp} der Zeitreihen aus Abb. 3.3, 95%-Konfidenzintervall, und Frequenzlimitierungen für die Dispersionsanalyse.

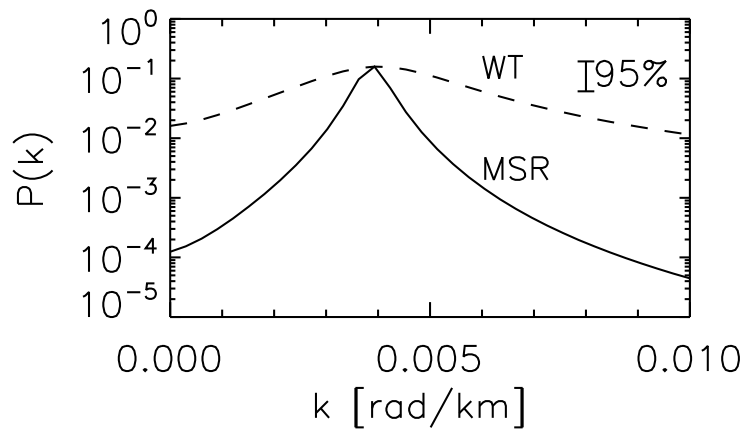


Abbildung 3.5: Schnitt durch das Wellenteleskop- (WT) und MSR-Wellenvektor-Spektrum entlang der k_x -Komponente bei $f_{sc} = 0,375$ Hz für das Sonnenwindintervall vom 11.2.2002 mit 95% Konfidenzintervall.

bzw. -anisotropie T_{\perp}/T_{\parallel} , Plasmabeta β_p gegeben ist. Die Dichte der Elektronen wird durch die der Protonen bestimmt, ihre Temperatur aus den PEACE Daten entnommen.

Neben den gemessenen Variationen der genannten Plasmaparameter wird zusätzlich die Unsicherheit von 5% (Rème et al. 2001) mit einbezogen, so dass mit einer konservativen Abschätzung Minimal- und Maximalwerte um 10% unterhalb und oberhalb des Mittelwerts liegen. Die betrachteten Normalmoden und ihre typischen Frequenzbereiche bei $kV_A/\Omega_p \approx 1$ sind die:

- kinetische Alfvén-Mode (KAW, $\omega_{re} < \Omega_p$)
- magnetosonische Mode ($\omega_{re} \leq \Omega_p$), die aufgrund der Resonanz bei $\omega_{re} \lesssim \Omega_p$ hier als fundamentale oder erste Proton-Bernstein-Mode (PB1) bezeichnet wird, und ihre Harmonischen (PB2, PB3)
- Helium-Alpha-Bernstein-Mode ($\omega_{re} \approx 0,5\Omega_p$)

Die Helium-Alpha-Bernstein-Mode wird in dieser Studie mit in Betracht gezogen, da einige Wellen in ihrem Frequenzbereich liegen. Zur Berechnung dieser Mode wird ein Heliumionen-Anteil von 1%-4% der Protonendichte angenommen. Die resultierenden „Dispersionsbereiche“ jeder Mode werden dann durch eine obere und untere Frequenz pro Wellenzahl zusammengefasst.

3.2.3 Moden-Assoziation

Die detektierten diskreten Wellen werden nun über den direkten Vergleich mit den berechneten Normalmoden in vier Gruppen eingeteilt: der kinetischen-Alfvén-Wellen-Gruppe (KAW), der Proton-Bernstein-Gruppe (PB), der Helium-Alpha-Bernstein-Gruppe (HB) und in die Gruppe der Nichtlinearen-Wellen (NL). Die Bezeichnung Nichtnormalmode bzw. nichtlineare Welle bezeichnet hier diejenigen Wellen, welche nicht durch lineare Theorie erklärt werden können. Sie beschreiben keine Solitonen, die Lösungen nichtlinearer Gleichungen sein können. Eine beobachtete Welle wird einer Gruppe zugeordnet, wenn die Frequenz der Welle mit Fehlerbalken innerhalb des Bereichs einer berechneten Normalmode liegt.

3.3 Ergebnisse

Bei der Analyse der neun Intervalle wurden 512 Wellen mit quasi-senkrechten Wellenvektoren und Frequenzen im Bereich $0 \lesssim \omega_{re} \leq 6\Omega_p$ detektiert. Die Dispersionsdiagramme mit den Ergebnissen der Normalmodenberechnung und der Zuordnung sind in Abb. 3.6 zu sehen. Die verschiedenen Symbole stehen für die verschiedenen Wellengruppen. Die grauen Strukturen zeigen die Frequenz- und Wellenzahlbereiche der Normalmoden. Die Fehlerbalken für die Ruhesystem-Frequenz ω_{re} werden nach Narita und Glassmeier (2005) berechnet:

$$\left| \frac{\Delta\omega_{re}}{\omega_{re}} \right| \leq \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta V_{SW}}{V_{SW}} \right|, \quad (3.3)$$

wobei $|\Delta k/k| \leq 0,1$ und $|\Delta\omega_{re}/\omega_{re}| \leq 0,25$ sind.

Die direkte Vergleich aller Dispersionsdiagramme zeigt Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den verschiedenen Sonnenwindintervallen. Die auffälligste Gemeinsamkeit ist die quasi-senkrechte Orientierung der Wellenvektoren, die durch die Konzentration des Winkels θ_{kB} um 90° gegeben ist (unterer Teilabschnitt pro Dispersionsdiagramm). Eine weitere Gemeinsamkeit ist die Zunahme der Frequenzstreuung bei steigenden Wellenzahlen. Die Stärke der Frequenzstreuung ist jedoch nicht einheitlich und ein

Zusammenhang zwischen dieser und den Werten des Plasmabetas oder der Strömungsgeschwindigkeit nicht ersichtlich.

Unter der Annahme, dass jedes untersuchte Sonnenwindintervall eine Realisierung der Sonnenwindturbulenz ist, können die Eigenschaften der Fluktuationen in der Turbulenz durch die Überlagerung der Ergebnisse herausgearbeitet werden. Als erstes zeigen die Abb. 3.7 und 3.8 die Histogramme der Winkelverteilung aller 512 detektierten Wellenvektoren, welche die Dominanz senkrechter Wellenvektoren ($\theta_{kB} \approx 90^\circ$) widerspiegelt und die Resultate anderer direkter Wellenvektor-Messungen von Sahraoui et al. (2010b), Narita et al. (2011a), Roberts et al. (2013), Perschke et al. (2013) bestätigt.

Aus den Dispersionsdiagrammen in Abb. 3.6 kann eine zweidimensionale Häufigkeitsverteilung erstellt werden. Hierzu werden der Frequenz- und Wellenzahlbereich diskretisiert und die Anzahl der beobachteten Wellen innerhalb dieser Bereiche gezählt. Das Histogramm bei einer Frequenz- und Wellenzahlaufösung $\Delta\omega/\Omega_p = \Delta k V_A/\Omega_p = 0.1$ (Abb. 3.9) kann in drei Bereiche eingeteilt werden. Im ersten Bereich $\omega_{re} < \Omega_p$ findet man ein hohes Aufkommen von Wellen, die diesen Bereich kontinuierlich abdecken. Im Frequenzbereich $\Omega_p \leq \omega_{re} \leq 2\Omega_p$ nimmt die Besetzung ab und bei noch höheren Frequenzen nimmt die Besetzung nochmal ab. Für einen qualitativen Vergleich sind die Dispersionsrelationen der kinetischen Alfvén-Mode (KAW) und die der fundamentalen und harmonischen Proton-Bernstein-Moden (PB) für $\theta_{kB} = 89,5^\circ$ und $\beta_p = 1$ eingezeichnet. Die Dispersionsäste verdeutlichen einerseits, dass die beobachteten Wellen die Frequenz- und Wellenzahlbereiche dieser Normalmoden abdecken und dass höherfrequente Wellen ($\omega_{re}/\Omega_p \gtrsim 1$) relativ häufig im Sonnenwind vorkommen. Andererseits wird durch Dispersionsäste sichtbar, wie stark die Frequenzen um diese streuen. In den Dispersionsdiagrammen in Abb. 3.6 ist zu erkennen, dass die berechneten Dispersionsrelationen unter Parametervariationen von $\pm 10\%$ ihre Form nahezu behalten und – bei sehr schräger bis senkrechter Ausbreitung – nicht alle Frequenz- und Wellenzahlbereiche abdecken können. Somit deutet die durchgeführte Dispersionsanalyse auf Existenz von Wellen hin, die stark im Frequenz-Wellenzahlbereich der Normalmoden streuen.

Durch die Gruppierung oder Modenklassifizierung der Wellen kann diese Aussage quantifiziert werden. Von insgesamt 512 detektierten Wellen können je 25% der KAW-Gruppe und PB-Gruppe, 10% der HB-Gruppe zugeordnet werden. Mit Normalmoden (auch unter variierenden Hintergrundbedingungen) können 40% der Wellen nicht assoziiert werden (Abb. 3.10).

3.4 Diskussion

Mit der gewählten Zuordnungsvorschrift konnten 60% der beobachteten Wellen mit Normalmoden assoziiert werden und 40% mit Wellen, die keine Lösungen für die lineare Vlasov-Theorie darstellen. Diese Nichtnormalmoden-Wellen streuen um die Dispersionsäste der Normalmoden und können so auch als Seitenbandwellen (*sideband waves*) bezeichnet werden. Allerdings sind sie nicht um die Dispersionsrelationen der Normalmoden konzentriert. Das genaue Verhältnis zwischen Normalmoden und Nichtnormalmoden wird für jedes Sonnenwindintervall individuell sein. Die statistische Analyse zeigt

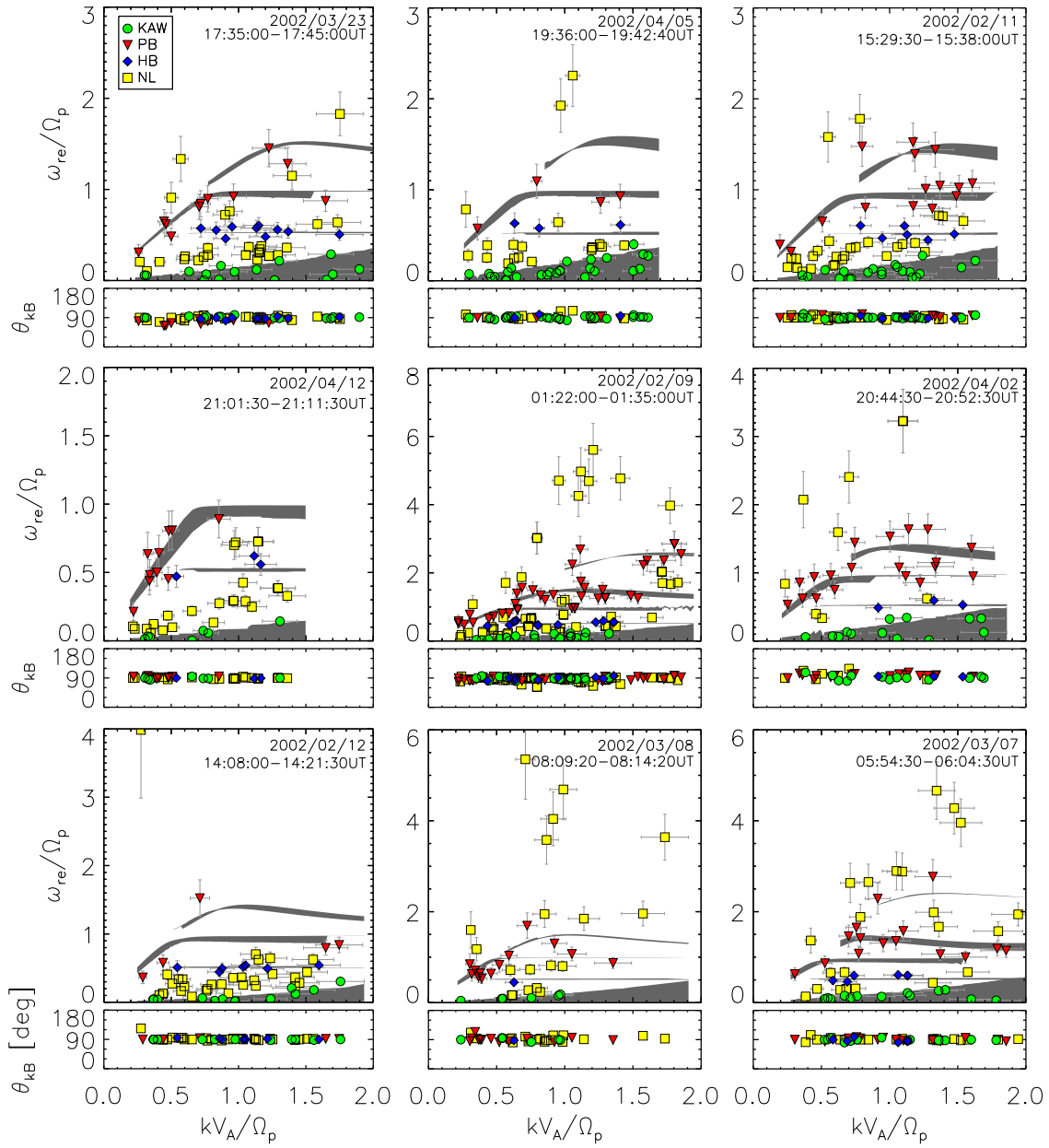


Abbildung 3.6: Dispersionsdiagramme der neun Intervalle. Jedes Diagramm zeigt die Frequenz-Wellenzahl-Kombinationen im oberen Teil und die Winkelverteilung von θ_{kB} im unteren. Die Wellenzahlbereiche ($0 \leq kV_A/\Omega_p \leq 2$) sind in allen Diagrammen identisch, die Frequenzbereiche variieren entsprechend der Beobachtung. Die verschiedenen Symbole stellen die Zuordnung der Punkte (Wellen) zu den verschiedenen Moden-Gruppen dar: Kinetische-Alfvén-Mode-Gruppe (Kreise), Proton-Bernstein-Gruppe (Fundamentale und harmonische, Dreiecke), Helium-Bernstein-Mode-Gruppe (Rauten) und die Gruppe der nichtlinearen Moden als Quadrate. Die grau-hinterlegten Kurven zeigen die Dispersionsbereiche der Normalmoden bei variierenden Parametern (Perschke et al. 2014).

jedoch, dass die Nichtnormalmoden einen signifikanten Anteil der Wellen in der Sonnen-

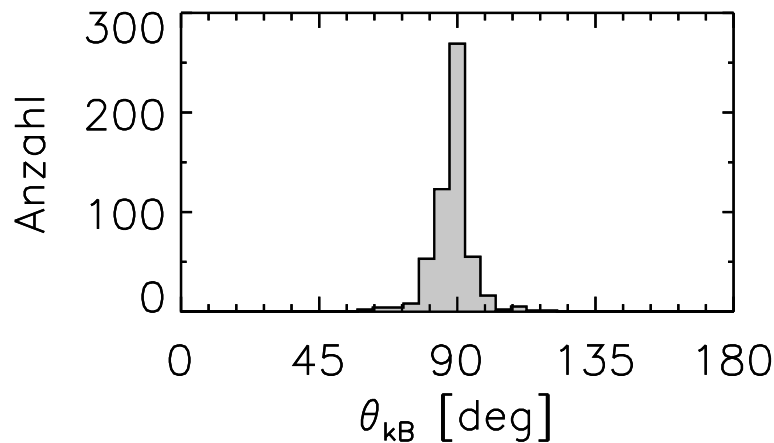


Abbildung 3.7: Histogramm von θ_{kB} , dem Winkel zwischen Wellenvektor \mathbf{k} und Hintergrundmagnetfeld \mathbf{B}_0 (Perschke et al. 2014).

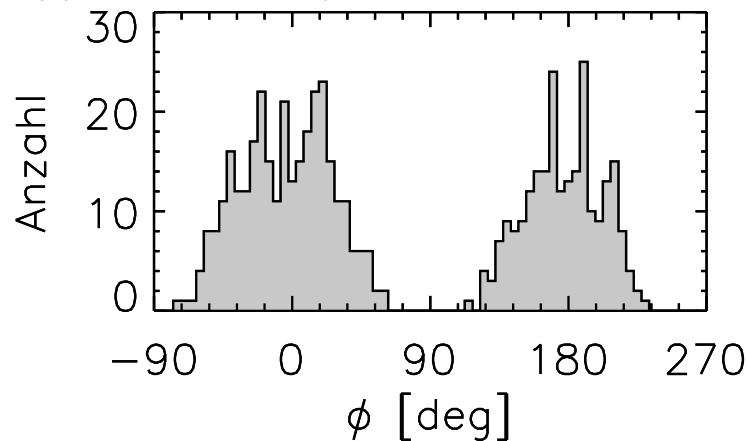


Abbildung 3.8: Histogramm des Azimuthwinkels ϕ .

windturbulenz ausmachen.

Eine Schwäche der Klassifizierung ist, dass die Zuordnung manchmal willkürlich wirkt, wenn Punkte im Dispersionsdiagramm, die nah an einem Dispersionsbereich einer Normalmode liegen, nicht mit dieser assoziiert werden. Da die Zuordnungsvorschrift auf alle Wellen gleich angewendet wurde, ist diese Klassifizierung jedoch eine begründete Methode, die Ergebnisse der Dispersionsanalyse im Sonnenwind zu quantifizieren.

Betrachtet man nur die Zeitreihen in Abb. 3.3, so sind die Bedingungen für die Anwendung der Schwachen-Turbulenz-Theorie scheinbar erfüllt. Die Dispersionsanalyse von neun Sonnenwindintervallen zeigt jedoch, dass die detektierten Wellen nicht eindeutig mit Normalmoden verknüpft werden können, auch wenn diese für verschiedene (minimale und maximale) gemessene Plasmaparameter berechnet wurden. Das kann ein Hinweis darauf sein, dass zwar die Fluktuationen der makroskopischen Größen (Momente der Verteilungsfunktionen Gl. (1.22)) klein zum Hintergrund sind, deren zugrunde liegende Verteilungsfunktionen $f_s(\mathbf{v})$ jedoch stark von den maxwellverteilten Gleichgewichtszuständen abweichen. In der Folge könnten zwar Wellen mit festen, über mehrere Perioden

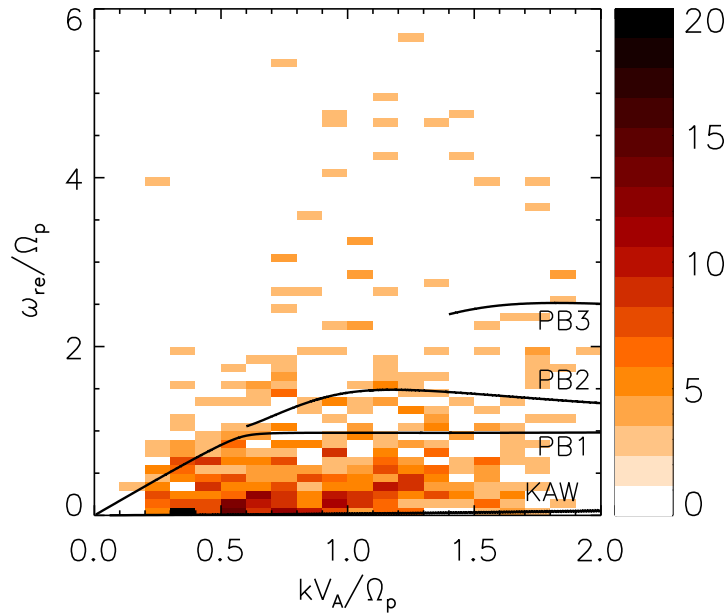


Abbildung 3.9: Häufigkeitsverteilung der diskreten Wellen in einem diskretisierten Dispersionsdiagramm. Die schwarzen Linien entsprechen den Dispersionsrelationen der kinetischen Alfvén-Mode (KAW), der fundamentalen Proton-Bernstein-Mode oder magnetosonischen Mode (PB1) und ihrer Harmonischen (PB2 und PB3) bei $\beta_p = 1$ und $\theta_{kB} = 89.5$ (Perschke et al. 2014).

andauernden, Dispersionsrelationen entstehen. Diese Dispersionsrelationen sind jedoch durch nichtlineare Effekte so sehr beeinflusst, dass sie von denen der Normalmoden aus der nichtlinearen Theorie abweichen und als Seitenbandwellen erscheinen.

Ein Szenario, wie es zur Frequenzverbreiterung um Dispersionsrelationen von Normalmoden kommen kann, wurde von Comişel et al. (2013) durch die Auswertung numerischer Simulationen der Plasmaturbulenz auf ionenkinetischen Skalen mittels Hybridcode beschrieben. Für ein stark magnetisiertes Plasma ($\beta_p = 0,05$) zeigt sich, dass die Fluktuationsenergie zunächst via Wellen-Wellen-Wechselwirkung entlang der Dispersionsrelationen zu höheren Wellenzahlen transferiert wird, wobei die niederfrequenten Moden (KAW und Zero-Frequency-Mode) dominieren und es dann zur Verbreiterung der Dispersionsäste aufgrund nichtlinearer Prozesse kommt. Allerdings bleiben die Signaturen der Normalmoden bei kleinem Plasmabeta erhalten. Die starke Streuung der Frequenzen im beobachteten Sonnenwind bei $\beta_p \sim 1$ könnte also mit den kinetischen Eigenschaften des Plasmas zusammenhängen. Ein Zusammenhang zwischen Frequenzverbreiterung und Plasmabeta ist aufgrund der (geringen) Variation von $0,5 \leq \beta_p \leq 1,6$ jedoch nicht erkennbar.

In dieser Studie wurde nur die Häufigkeitsverteilung der Wellen im Dispersionsdiagramm betrachtet und ihre Relevanz für das Energiespektrum außer Acht gelassen. Das Einbeziehen der spektralen Energiedichte $P(\omega_{re}, \mathbf{k})$ ist Bestandteil der Dispersionsanalysen im nächsten Kapitel. Das Ergebnis, dass 40% der Wellen, nicht mit Normalmoden assoziiert werden können zeigt, dass das Modell der Schwachen-Turbulenz-Theorie im Sonnenwind

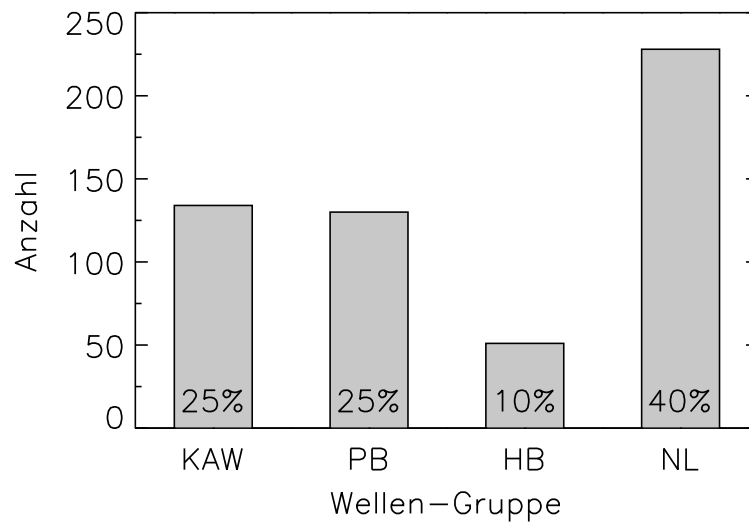


Abbildung 3.10: Anzahl der Wellen, die als kinetischen Alfvén-Mode (KAW), Proton-Bernstein-Mode (PB), Helium-Bernstein-Mode (HB) oder als nichtlineare Mode oder Nichtnormalmoden (NL) klassifiziert sind (Perschke et al. 2014).

erweitert werden muss, um (einen Teil) der Fluktuationen als Überlagerung von Wellen mit begrenzt konstanten Dispersionseigenschaften zu beschreiben.

4 Vergleich von Beobachtungen mit dem Random-Sweeping-Modell

Im vorangegangenen Kapitel wurde die Frequenzverbreiterung im Dispersionsdiagramm als mögliche Folge lokal unterschiedlicher Hintergrundparameter betrachtet, welche sich gleichmäßig mit der Hauptströmung mitbewegen, und somit Variationen der Dispersionsrelationen ermöglichen. Von den detektierten Wellen konnten 60% mit den dadurch verbreiterten Dispersionsästen assoziiert werden. Dieses Modell scheint also nur einen Teilaspekt der gemessenen Frequenzverbreiterung zu beschreiben.

Die Beobachtung von Wellen mit stabilen Dispersionsrelationen und geringer Dämpfung spricht für die Existenz und deren Assoziation mit Normalmoden. Eine Streuung oder Verbreiterung im Frequenzbereich des Dispersionsdiagramms ist äquivalent zu einer Streuung der Phasengeschwindigkeiten. Es sollte also einen Prozess geben, der einige Wellen schneller und andere langsamer im mitbewegten System erscheinen lässt. In Gl. 1.1 wird also eine zusätzliche Advektionsgeschwindigkeit $\delta\mathbf{V}$ betrachtet, die im Mittel verschwindet:

$$\omega_{sc}(\mathbf{k}) = \omega_{re}(\mathbf{k}) + \mathbf{k} \cdot (\mathbf{V}_{SW} + \delta\mathbf{V}). \quad (4.1)$$

In der hydrodynamischen Turbulenz beschreibt das von Robert Kraichnan entwickelte *Random-Sweeping-Modell* (Kraichnan 1964, Fung et al. 1992, Kaneda 1993) den Einfluss von gaußverteilten Geschwindigkeitsvariationen großer Skalen (kleine k) auf die gemessenen Phasengeschwindigkeiten von Wirbeln auf kleinen Skalen (große k) im mitbewegten System und die damit resultierende Frequenzverbreiterung im Dispersionsdiagramm.

In der Sonnenwindturbulenz werden großskalige Strukturen neben Wirbeln bzw. Filamenten mit Alfvén-Wellen verknüpft. Zur Beschreibung des Einflusses großskaliger Alfvén-Wellen auf kleinskalige Strukturen wird in diesem Kapitel das Random-Sweeping-Modell der idealen MHD vorgestellt und die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu dem der hydrodynamischen Turbulenz diskutiert.

Für den Vergleich von Sonnenwindbeobachtungen mit dem Modell wird ein statistisches Frequenz-Wellenzahl-Spektrum auf der Basis von Dispersionsanalysen von 31 Sonnenwindintervallen erstellt. Die daraus abgeleitete Frequenz-Wellenzahl-Verteilung zeigt qualitative Gemeinsamkeiten bzgl. der gaußverteilten Frequenzverbreiterung und quantitative Unterschiede bzgl. der Zunahme der Standardabweichung mit steigender Wellenzahl, die mit $\sim k^{1,6 \pm 0,2}$ stärker ist, als von den Modellen der Hydrodynamik ($\sim k^{2/3}$) und MHD ($\sim k^{2/3}$ bzw. $\sim k^{3/4}$) vorhergesagt.

Die Übereinstimmung von gaußverteilten Frequenzverbreiterungen zeigt, dass der Random-Sweeping-Prozess eine Erklärung für die starke Frequenzstreuung im Dispersionsdiagramm auf ionenkinetischen Skalen sein kann.

4.1 Das Random-Sweeping-Modell der idealen MHD-Turbulenz

Die folgende Herleitung der Random-Sweeping-Modells der idealen MHD wurde Narita (2014) übernommen.

Die Grundlage des Random-Sweeping-Modells der idealen MHD bilden die Impulsgleichung (Gl. (1.13)), bei der die dynamischen Viskosität ν vernachlässigt wird,

$$\partial_t \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p_{th} + \frac{1}{\mu_0 \rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (4.2)$$

und die Induktionsgleichung (Gl. (1.20))

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) \quad (4.3)$$

mit vernachlässigter magnetischer Diffusion. Für Magnetfeld \mathbf{B} und Geschwindigkeit \mathbf{U} gilt im inkompressiblen Fall

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (4.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (4.5)$$

Anders als in der Navier-Stokes-Gleichung (Gl. (1.2)) wird die Geschwindigkeit hier mit einem Großbuchstaben versehen, der auf die spätere Zerlegung hindeutet. Mit der Trennung des $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ -Term in Gl. (4.2)

$$\frac{1}{\mu_0 \rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla \frac{B^2}{2\mu_0 \rho} + \frac{1}{\mu_0 \rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (4.6)$$

in den magnetischen Druck $p_{mag} = B_0^2/2\mu_0$ und Tensor $\mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B}/\mu_0 \rho$ sowie der Annahme eines konstanten Gesamtdrucks ($\nabla(p_{th} + p_{mag}) = 0$) können Gl.(4.2) und (4.3) zu

$$\partial_t \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{\mu_0 \rho} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (4.7)$$

$$\partial_t \mathbf{B} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{U}, \quad (4.8)$$

umgeschrieben werden.

Ein wesentliches Merkmal des Random-Sweeping-Modells ist die Aufteilung der Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen in eine konstante Hintergrundströmung \mathbf{U}_0 bzw. konstantes Hintergrundfeld \mathbf{V}_A , zeitlich und räumlich langsam variierende großskalige Fluktuationen $\delta \mathbf{U}$ und $\delta \mathbf{V}_A$, sowie kleinskalige Fluktuationen, \mathbf{u} und \mathbf{v}_A , der betrachteten Skalen k , deren eigenen Dispersionsrelationen vernachlässigt werden

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \delta \mathbf{U} + \mathbf{u} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B}/\sqrt{\mu_0 \rho} = \mathbf{V}_A - \delta \mathbf{V}_A + \mathbf{v}_A. \quad (4.10)$$

Dabei sind Fluktuationen der verschiedenen Skalen statistisch unabhängig und die großskaligen Fluktuationen um Null zentriert und gaußverteilt. In der letzten Gleichung wird das Minus-Zeichen gewählt, um später übersichtlicher darzustellen, dass $\delta\mathbf{U}$ und $\delta\mathbf{V}_A$ bei Alfvén-Wellen mit paralleler Propagationsrichtung $+\mathbf{V}_A$ bzgl. des Hintergrundmagnetfelds anti-korreliert und bei anti-paralleler Propagation $-\mathbf{V}_A$ korreliert sind.

Mit diesen Annahmen erhält man für Gl. (1.13) und (1.20) im Zeit-Wellenvektor-Bereich die Gleichungen

$$\partial_t \mathbf{u} - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) \mathbf{u} = -i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A) \mathbf{v}_A \quad (4.11)$$

und

$$\partial_t \mathbf{v}_A - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) \mathbf{v}_A = -i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A) \mathbf{u}. \quad (4.12)$$

Diese Gleichungen bedeuten, dass die gemessenen zeitlichen Variationen von \mathbf{u} und \mathbf{v}_A aus der Advektion durch die Strömung \mathbf{U}_0 und der Phasengeschwindigkeit und -richtung der großskaligen Alfvén-Welle resultiert.

Die beiden Gl. (4.11) und (4.12) bilden ein lineares Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \partial_t - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) & -i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A) \\ -i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A) & \partial_t - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) \end{pmatrix} \mathbf{w} = 0, \quad (4.13)$$

welches die zwei Eigenwerte

$$\lambda_1 = \partial_t + i\mathbf{k} \cdot [(\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) + (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A)] \quad (4.14)$$

und

$$\lambda_2 = \partial_t + i\mathbf{k} \cdot [(\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) - (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A)] \quad (4.15)$$

mit den dazugehörigen Eigenvektoren

$$\mathbf{w}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ -\mathbf{v} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

bzw.

$$\mathbf{w}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

besitzt. Der Lösungsvektor des Systems ist

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}(t, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_A(t, \mathbf{k}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_+(0, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_{A+}(0, \mathbf{k}) \end{pmatrix} \exp\left(-i\mathbf{k} \cdot ((\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) + (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A))t\right) + \begin{pmatrix} \mathbf{u}_-(0, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_{A-}(0, \mathbf{k}) \end{pmatrix} \exp\left(-i\mathbf{k} \cdot ((\mathbf{U}_0 + \delta\mathbf{U}) - (\mathbf{V}_A - \delta\mathbf{V}_A))t\right), \quad (4.18)$$

mit $|\mathbf{u}_\pm| = |\mathbf{v}_{A\pm}|$ bzw.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}(t, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_A(t, \mathbf{k}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_+(0, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_{A+}(0, \mathbf{k}) \end{pmatrix} \exp(-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_+ + \delta\mathbf{U}_+)t) + \begin{pmatrix} \mathbf{u}_-(0, \mathbf{k}) \\ \mathbf{v}_{A-}(0, \mathbf{k}) \end{pmatrix} \exp(-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_- + \delta\mathbf{U}_-)t) \quad (4.19)$$

mit den Abkürzungen

$$\mathbf{U}_+ = \mathbf{U}_0 + \mathbf{V}_A \quad (4.20)$$

$$\mathbf{U}_- = \mathbf{U}_0 - \mathbf{V}_A \quad (4.21)$$

$$\delta\mathbf{U}_+ = \delta\mathbf{U} - \delta\mathbf{V}_A \quad (4.22)$$

$$\delta\mathbf{U}_- = \delta\mathbf{U} + \delta\mathbf{V}_A. \quad (4.23)$$

Die Indizes „+“ bzw. „-“ weisen hier auf die feldparallele bzw. -antiparallele Propagation der großskaligen Alfvén-Wellen hin. Die dazugehörige (Anti-)Korrelation von $\delta\mathbf{U}$ und $\delta\mathbf{V}_A$ ist in den Standardabweichungen zu erkennen. Es sei noch erwähnt, dass es bei der Analyse von Sonnenwinddaten üblich ist, die Propagation von Alfvén-Wellen nicht bezüglich des Hintergrundmagnetfelds sondern der Strömungsrichtung zu betrachten (Roberts et al. 1987).

Die Energie im Wellenvektor-Zeit-Bereich ist durch die Spur der Kovarianzmatrizen der einzelnen Wellenkomponenten ($\mathbf{u}_+(t, \mathbf{k})$, $\mathbf{u}_-(t, \mathbf{k})$, $\mathbf{v}_{A+}(t, \mathbf{k})$ und $\mathbf{v}_{A-}(t, \mathbf{k})$) gegeben und exemplarisch für $\mathbf{u}_+(t, \mathbf{k})$ gezeigt

$$R_{u_+}(\tau, \mathbf{k}) = \langle \mathbf{u}_+(t, \mathbf{k}) \mathbf{u}_+^\dagger(t+\tau, \mathbf{k}) \rangle \quad (4.24)$$

$$= E_+(\mathbf{k}) \langle \exp(-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_+ + \delta\mathbf{U}_+)\tau) \rangle \quad (4.25)$$

$$= E_+(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_+\tau) \langle \exp(i\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+\tau) \rangle \quad (4.26)$$

$$\approx E_+(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_+\tau - \frac{(\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+)^2 \tau^2}{2}), \quad (4.27)$$

die einen harmonischen Oszillations- und Diffusionsterm enthält (Wilczek und Narita 2012). Für die Berechnung wird die zentrierte Gaußverteilung von $\delta\mathbf{U}_+$ in der Taylorentwicklung für kleine Argumente ausgenutzt:

$$\begin{aligned} \langle \exp(i\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+\tau) \rangle &= \langle 1 \rangle + \underbrace{\langle i\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+\tau \rangle}_{\rightarrow 0} - \langle \frac{1}{2}(\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+)^2 \tau^2 \rangle + \dots \\ &\approx \exp\left(-\frac{(\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+)^2 \tau^2}{2}\right). \end{aligned}$$

Die Energie $E(\tau, \mathbf{k})$ ist somit

$$\begin{aligned} E(\tau, \mathbf{k}) &= E_+(\mathbf{k}) \exp\left(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_+\tau - \frac{(\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+)^2 \tau^2}{2}\right) + \\ &\quad E_-(\mathbf{k}) \exp\left(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_-\tau - \frac{(\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_-)^2 \tau^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Die Fourier-Transformation von $E(\tau, \mathbf{k})$ ergibt das Frequenz-Wellenvektor-Spektrum

$$E(\omega, \mathbf{k}) = \frac{E_+(\mathbf{k})}{\sqrt{2\pi}|\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+|^2} \exp\left(-\frac{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_+)^2}{2|\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_+|^2}\right) + \frac{E_-(\mathbf{k})}{\sqrt{2\pi}|\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_-|^2} \exp\left(-\frac{(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_-)^2}{2|\mathbf{k} \cdot \delta\mathbf{U}_-|^2}\right). \quad (4.29)$$

Im Random-Sweeping-Modell der MHD werden kleinskalige Strukturen durch die Hauptströmung \mathbf{U}_0 und großskaliger Alfvén-Wellen mit der Geschwindigkeit \mathbf{V}_A gerichtet und durch die großskaligen Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen ($\delta\mathbf{U}_\pm$) zufällig advektiert, was die Frequenzverbreiterung verursacht.

Im Gegensatz zur hydrodynamischen Turbulenz ist die Frequenzverbreiterung für die ideale MHD nicht isotrop, da die Fluktuationen der großskaligen Alfvén-Wellen in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld maximal und parallel dazu null sind. Kleinskalige Strukturen mit parallelen Wellenvektoren werden folglich nur durch die Alfvén-Wellen advektiert, eine Frequenzverbreiterung findet dabei nicht statt. Bei senkrechten Wellenvektoren hingegen ist die Frequenzverbreiterung maximal.

Das vorgestellte Random-Sweeping-Modell gilt für die ideale MHD, wobei Variationen des Drucks vernachlässigt und somit magnetosonische Moden und Wirbel bzw. longitudinale Geschwindigkeitsfluktuationen ausgeschlossen werden. Darüber hinaus werden Phasengeschwindigkeiten (d. h. die Dispersionsrelation $\omega(\mathbf{k})$) der kleinskaligen Strukturen nicht berücksichtigt, ebenso wie die Unterschiede der Wellenzahl-Spektren der kleinskaligen Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen, $|u(k)|^2$ und $|v_A(k)|^2$, welche in der nicht idealen MHD und Sonnenwindturbulenz verschieden sein können (Podesta et al. 2007).

4.1.1 Skalierung der Standardabweichung

Das Frequenz-Wellenvektor-Spektrum im mitbewegten System des Sonnenwindes, welches aus dem Random-Sweeping-Modell hervorgeht, kann als Überlagerung

$$E(\omega_{re}, \mathbf{k}) = \sum_n E_n(\mathbf{k}) F_n(\omega, \mathbf{k}) \quad (4.30)$$

mit

$$F_n(\omega_{re}, \mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{k_n}^2} \exp\left(-\frac{(\omega_{re} - \omega_n(\mathbf{k}))^2}{2s_{k_n}^2}\right) \quad (4.31)$$

geschrieben werden. Dabei ist n der Index großskaliger Moden mit Dispersionsrelation $\omega_n(\mathbf{k})$ und s_{k_n} die entsprechende Standardabweichung, die sich aus den großskaligen Fluktuationen ergibt und je nach Phänomenologie unterschiedlich mit \mathbf{k} skaliert.

Tabelle 4.1: Skalierung der Standardabweichung der gaußverteilten Frequenzverbreiterung in der Kolmogorov-Phänomenologie K41 (Kolmogorov 1941), für das MHD-Modell IK von Iroshnikov (1963) und Kraichnan (1965) und dem MHD-Modell von Marsch (1991). Durch den Winkel $\theta_{k\delta U_{\pm}}$ werden die anisotropen Fluktuationen der großskaligen Alfvén-Wellen berücksichtigt.

Modell	Fluktuationen	$E(\mathbf{k})$	Standardabweichung s_k
K41	$ \delta\mathbf{U} \sim k^{-1/3}$	$\sim k^{-5/3}$	$s_k \sim k^{2/3}$
IK	$ \delta\mathbf{U} \pm \delta\mathbf{V}_A \sim k^{-1/4}$	$\sim k^{-3/2}$	$s_k \sim k^{3/4} \cos(\theta_{k\delta U_{\pm}})$
Marsch (1991)	$ \delta\mathbf{U} \pm \delta\mathbf{V}_A \sim k^{-1/3}$	$\sim k^{-5/3}$	$s_k \sim k^{2/3} \cos(\theta_{k\delta U_{\pm}})$

In der Fluidturbulenz bewirken isotrope Geschwindigkeitsfluktuationen die Frequenzverbreiterung

$$s_k = kV. \quad (4.32)$$

Hier ist $V = \sqrt{\langle \mathbf{U}^2 \rangle}/3$ die Sweeping-Geschwindigkeit (Wilczek und Narita 2012), die in der Kolmogorov-Phänomenologie (Kolmogorov 1941) aus Abschnitt 1.2 mit $V \sim k^{1/3}$ (vgl. Gl.(1.8)) skaliert. Folglich gilt für die Skalierung der Standardabweichung:

$$s_k \sim k^{2/3} \quad (4.33)$$

In dem MHD-Turbulenzmodell von Iroshnikov (1963) und Kraichnan (1965) interagieren gegenläufige Alfvén-Wellen-Pakete. Die charakteristische Zeitskala ist dabei $\tau \sim (k(\delta\mathbf{U})^2/V_A)^{-1}$, womit sich ein Skalierung $|\delta\mathbf{U} \pm \delta\mathbf{V}_A| \sim k^{-1/4}$ und somit

$$s_k \sim k^{3/4} \cos(\theta_{k\delta U_{\pm}}) \quad (4.34)$$

ergibt. Der Term $\cos(\theta_{k\delta U_{\pm}})$ berücksichtigt dabei den Winkel zwischen dem Wellenvektor der kleinskaligen Strukturen und den anisotropen Fluktuationen der Alfvén-Wellen.

Marsch (1991) wählte die Zeitskala $\tau_{\pm} \sim (k\delta U_{\pm})^{-1}$, was zu $|\delta\mathbf{U} \pm \delta\mathbf{V}_A| \sim k^{-1/3}$ und

$$s_k \sim k^{2/3} \cos(\theta_{k\delta U_{\pm}}) \quad (4.35)$$

führt. Die Skalierungen der Fluktuation und Standardabweichungen sowie die Wellenzahlspektren $E(k)$ der drei Modelle sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.

Die Skalierung der Standardabweichung mit positiven Exponenten der Wellenzahl bedeutet, dass die Standardabweichung eine mit k monoton steigende Funktion ist und somit eine immer größer werdende Frequenzverbreiterung eine inhärente Eigenschaft der (Sonnenwind-)Turbulenz ist, die dazu führt, dass bei der Messung von endlich vielen Fluktuation bei großen Wellenzahlen die Taylor-Hypothese bzgl. der Vernachlässigung der zeitlichen Variationen auf diesen Skalen ($\omega_{re} \ll \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}_0$) nicht mehr gerechtfertigt ist.

Die Frequenzverbreiterung durch Fluktuationen großer Wirbel und Alfvén-Wellen bzw. die Frequenzverschiebung durch die gerichtete Advektion sind in Abb. 4.1 schematisch dargestellt.

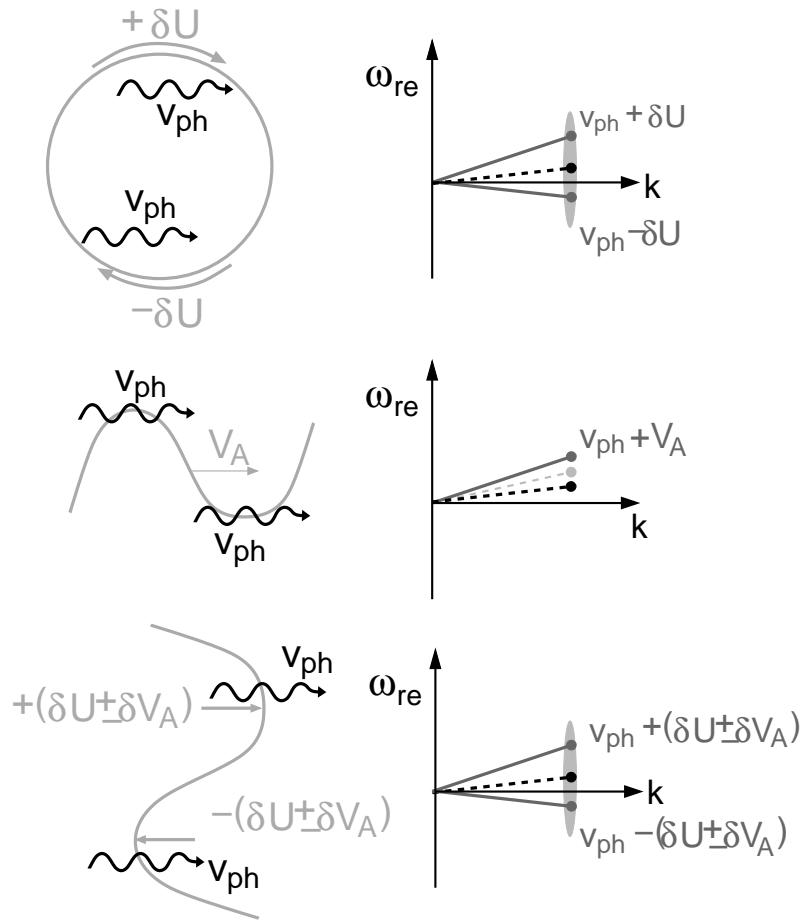


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Einflüsse großskaliger Wirbel und Alfvén-Wellen auf kleinskalige Strukturen. Die Frequenzen der kleinskaligen Strukturen (schwarz Wellenzüge (links) und Punkte im Dispersionsdiagramm (rechts)) mit Phasengeschwindigkeiten v_{ph} werden durch Geschwindigkeitsfluktuationen der Wirbel (oben) im Dispersionsdiagramm des mitbewegten Systems um $\pm\delta U$ verschoben (graue Punkte). Bei paralleler Propagation zur Alfvén-Welle werden sie gerichtet mit $+V_A$ advektiert (mitte) und bei senkrechter Propagation zu dieser um $\pm(\delta U \pm \delta V_A)$ verbreitert (unten).

4.2 Dispersionsanalyse

Für die Analyse werden 22 Hz-FGM-Daten und 4 s-CIS-Daten von 31 Sonnenwindintervallen aus dem Jahr 2004, als der mittlere Satellitenabstand 200 km betrug, verwendet. Die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten V_{SW} und Plasmabeta-Werte dieser Intervalle liegen zwischen 370 und 670 km s⁻¹ bzw. 0,3 und 2,1. Die Parameter sind im einzelnen in Tab. 4.2 aufgelistet. Zusätzlich zeigen die Histogramme in Abb. 4.2 die Verteilungen von Plasmabeta β_p , dem Winkel θ_{VB} zwischen Hintergrundmagnetfeld \mathbf{B}_0 und $\mathbf{V}_{SW} = \langle \mathbf{U} \rangle$ und der Geschwindigkeitsfluktuation $\sqrt{\langle \delta U^2 \rangle}$. Die Richtungs- und Magnitudenvariationen des Hintergrundmagnetfelds liegen bei $< 10^\circ$ und 5%.

Im vorherigen Kapitel 3 waren nur die Frequenzen und Wellenvektoren der Maxima im Spektrum $P_{MSR}(\omega, \mathbf{k})$ relevant. Hier soll nun auch die spektrale Energiedichte $P(\omega_{re}, \mathbf{k})$

Tabelle 4.2: Parameter der 31 Sonnenwindintervalle (Perschke et al. 2016).

Time	Start UT	End UT	V_{SW} km s^{-1}	B_0 nT	$\delta B/B_0$	β_p	Ω_p rad s^{-1}	V_A km s^{-1}
2004/01/19	18:57:10	19:13:00	599	4,9	0,035	2,0	0,4	58,9
2004/01/19	19:36:15	19:44:35	589	4,8	0,021	2,0	0,4	56,4
2004/01/21	18:14:00	18:23:30	499	5,9	0,017	1,1	0,5	54,7
2004/02/04	22:48:30	22:58:30	555	6,4	0,011	0,4	0,6	100,0
2004/02/05	12:03:00	12:14:00	529	5,9	0,017	0,9	0,5	74,8
2004/02/07	06:34:00	06:46:00	502	4,5	0,022	1,6	0,4	54,1
2004/02/07	12:28:00	12:43:00	474	3,9	0,037	2,1	0,3	44,3
2004/02/07	14:07:00	14:18:00	478	4,4	0,032	1,5	0,4	47,6
2004/02/07	14:21:00	14:36:00	480	4,7	0,043	1,4	0,4	54,8
2004/02/09	12:21:00	12:32:00	395	6,2	0,016	0,6	0,5	57,4
2004/02/09	14:52:30	15:03:00	404	5,6	0,018	0,9	0,5	57,8
2004/02/21	11:23:30	11:33:00	372	5,4	0,018	1,3	0,5	37,6
2004/02/21	22:38:00	22:48:00	379	9,0	0,007	0,5	0,8	62,9
2004/02/22	02:39:30	02:48:30	396	9,3	0,011	0,4	0,8	60,8
2004/02/24	00:06:00	00:17:00	416	6,1	0,016	0,7	0,5	54,7
2004/02/24	02:00:00	02:14:00	410	5,7	0,018	0,8	0,5	50,4
2004/02/24	02:28:00	02:42:00	393	5,8	0,017	0,7	0,5	51,2
2004/02/24	03:00:00	03:14:00	386	5,7	0,018	0,9	0,5	48,6
2004/02/24	07:11:00	07:20:00	383	5,1	0,020	1,0	0,4	43,6
2004/02/24	08:19:00	08:32:00	399	5,2	0,019	1,2	0,4	44,3
2004/02/24	10:21:30	10:33:00	389	5,1	0,020	1,1	0,4	42,1
2004/02/24	13:11:30	13:23:30	408	5,7	0,018	1,0	0,5	46,6
2004/02/29	04:10:00	04:20:00	648	9,7	0,018	0,7	0,9	128,4
2004/02/29	04:25:00	04:35:00	661	9,5	0,021	0,6	0,9	130,3
2004/03/02	03:23:30	03:33:30	667	5,4	0,037	1,3	0,5	71,3
2004/03/04	05:01:00	05:17:00	576	4,7	0,043	1,4	0,4	62,1
2004/03/05	02:50:00	03:00:00	461	5,1	0,020	1,0	0,4	46,7
2004/03/09	14:52:00	15:11:00	417	9,1	0,029	1,5	0,8	43,4
2004/03/09	16:56:30	17:06:30	484	9,9	0,079	2,0	0,9	50,9
2004/03/16	18:50:00	19:10:00	461	5,4	0,026	0,7	0,5	73,5
2004/03/21	09:50:00	10:00:00	411	5,7	0,012	1,2	0,5	46,1
2004/03/25	16:08:00	16:21:30	362	12,6	0,011	0,3	1,1	67,9
2004/03/26	06:58:00	07:11:00	412	8,8	0,023	1,2	0,8	54,6
2004/03/26	08:25:00	08:39:00	406	10,1	0,022	0,6	0,9	71,2

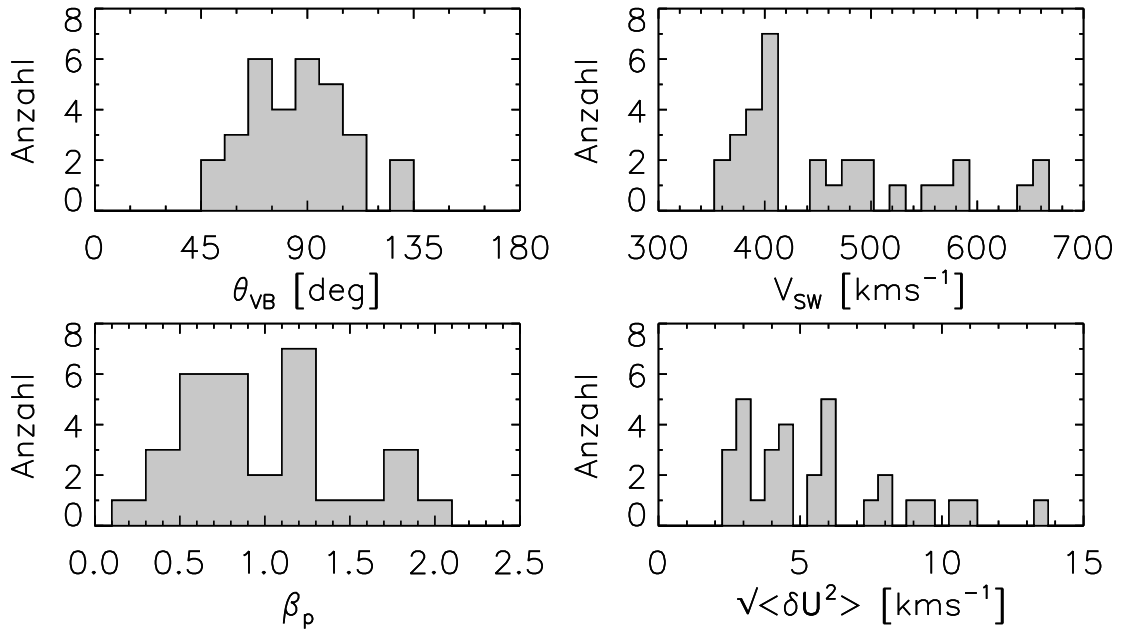


Abbildung 4.2: Histogramme der Sonnenwindparameter: θ_{VB} (Winkel zwischen Hintergrundmagnetfeld \mathbf{B}_0) und Strömungsrichtung \mathbf{V}_{SW} , Strömungsgeschwindigkeiten V_{SW} , Plasmabeta-Werten β_p und Geschwindigkeitsfluktuation $\sqrt{\langle \delta U^2 \rangle}$.

der Wellen mit einbezogen werden, um die Punkte im Dispersionsdiagramm zu wichten bzw. um ein Frequenz-Wellenvektor-Spektrum der kohärenten Strukturen im Sonnenwind abzuschätzen. Hierzu wird das in Abschnitt 2.2.1 vorgestellte Combined-Wavetelescope-MUSIC-Spektrum $P_{CWM}(\omega, \mathbf{k})$ verwendet.

Für die Analyse werden die Magnetfelddaten zunächst in das MFA-Koordinaten-System transformiert und anschließend in Subintervalle der Längen 1024 oder 2048 Datenpunkte geteilt. Die Länge der Subintervalle wird so gewählt, dass mindestens sechs unabhängige (d.h. sich nicht überschneidene) Subintervalle, und damit 24 (4 Satelliten \times 6 Subintervalle) Freiheitsgrade zur Abschätzung der statistischen Sicherheit des Spektrums, entstehen. Nach dem Windowing mit einer 5%-Kosinus-Funktion wird aus ihnen die Kreuzspektraldichtematrix $\mathbf{R}(\omega_{sc})$ berechnet, welche auf die Gesamtenergie $\text{Spur}(\mathbf{R}(\omega_{sc}))$ normiert wird.

Die Frequenzbereiche werden so gewählt, dass einerseits die in Abschnitt 2.3.1 genannten Kriterien eingehalten werden und andererseits kein spektraler Knick im Spektrum des gewählten Bereichs vorkommt. Für diese Frequenzauswahl werden anschließend die MSR-Spektren $P_{MSR}(\omega_{sc}, \mathbf{k})$ unter Berücksichtigung der Wellenvektorlimitierungen berechnet. Der Wellenzahlbereich wird in kartesischen Koordinaten mit einer Auflösung von $\Delta k/k_{max} = 1/50$ abgetastet, so dass eine Winkelauflösung von fünf Grad gewährleistet wird. Die lokalen Maxima im Spektrum werden durch den Vergleich mit den $124 = 5^3 - 1$ Nachbarpunkten identifiziert. Diese werden aber nur dann als spektrale Spitze kategorisiert, wenn das Verhältnis von lokalem Maximalwert zu Mittelwert der 125 Punkte im Wellenvektorbereich größer als 100 ist. Die Werte dieser Maxima werden anschließend durch die Werte des Wellenteleskop-Schätzers ersetzt, womit das $P_{CWM}(\omega_{sc}, \mathbf{k})$ Spektrum

für diskrete Wellen entsteht. Abschließend werden die Frequenzen vom Spacecraft- in das mitbewegte System transformiert.

4.3 Frequenz-Wellenzahl-Spektrum

4.3.1 Wellenvektoreigenschaften

Aus der Dispersionsanalyse von 31 Intervalle konnten 2328 Wellen identifiziert werden. Sie besitzen nahezu alle senkrechte Wellenvektoren $\langle \theta_k B \rangle = 89^\circ \pm 7^\circ$ (Abb. 4.3). Ergänzend zu θ_{kB} zeigt Abb. 4.4 die Verteilung des Azimutwinkels ϕ im MFA-System. Azimutwinkel zwischen -90° und 90° bzw. 90° bis 270° bedeuten, dass die Wellenvektoren Komponenten parallel bzw. anti-parallel zur Strömung besitzen. Das Histogramm besitzt zwei Populationen zentriert um 0° bzw. 180° bei einer Breite von je $\pm 45^\circ$. Die Beobachtung suggeriert eine Anisotropie bzgl. des konvektierten elektrischen Felds $\mathbf{E} = \mathbf{V}_{SW} \times \mathbf{B}_0$. Auf diesen Befund wird in Kap 5 näher eingegangen.

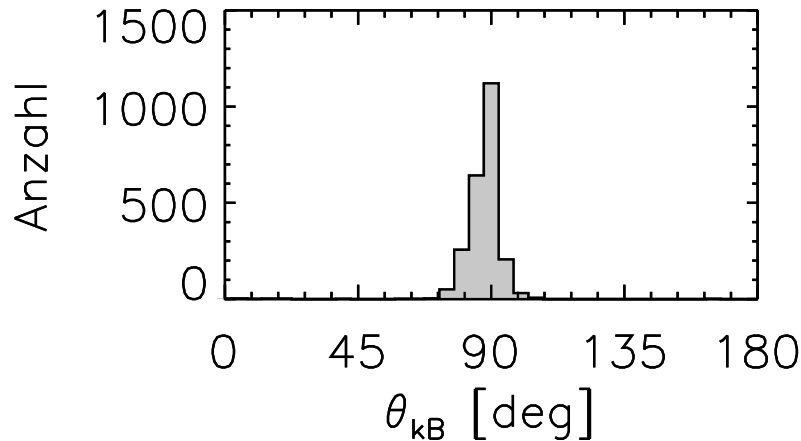


Abbildung 4.3: Verteilung der Winkel θ_{kB} zwischen Wellenvektoren und Hintergrundmagnetfeld.

4.3.2 Dispersionsdiagramm

Die Häufigkeitsverteilung im Dispersionsdiagramm ist in Abb. 4.5 abgebildet. Die beobachteten Wellenzahlen und Frequenzen liegen im Bereich $0 < kV_A/\Omega_p < 2$ und $0 < |\omega_{re}|/\Omega_p < 3$. Ähnlich zur Abb. 3.9 wird die Häufigkeitsverteilung über eine Diskretisierung im Frequenz- und Wellenzahlbereich erstellt. Im Gegensatz zur Analyse in Kap. 3, können die Frequenzen auch negative Werte annehmen, da sie nach der Doppler-Korrektur nicht geändert werden (vgl. Gl. (3.2)). Für die Analyse dieser Darstellung heißt das, dass Wellen mit $\omega_{re} < 0$ entgegen und Wellen mit $\omega_{re} > 0$ entlang der Sonnenwindströmung propagieren. Die Häufigkeitsverteilung besitzt ein Maximum bei

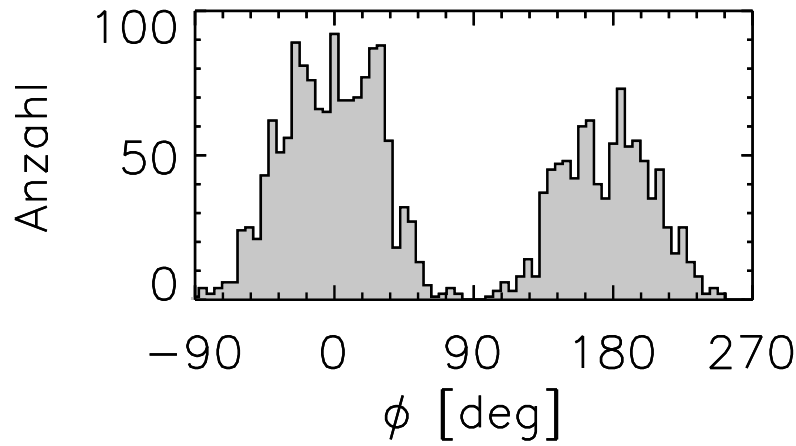


Abbildung 4.4: Histogramm der Azimutwinkel der Wellenvektoren.

$0,4 < kV_A/\Omega_p < 1,2$ und eine kontinuierliche Abdeckung bei Phasengeschwindigkeiten $|\omega_{re}|/k \leq 1,4V_A$.

Unter der Annahme, dass die Fehler in der Frequenz- und Wellenzahlbestimmung stochastisch und damit gleichverteilt sind, werden diese aufgrund der hohen Zahl detektierter Wellen und der damit verbundenen statistischen Sicherheit im Mittel ausgeglichen und deswegen vernachlässigt.

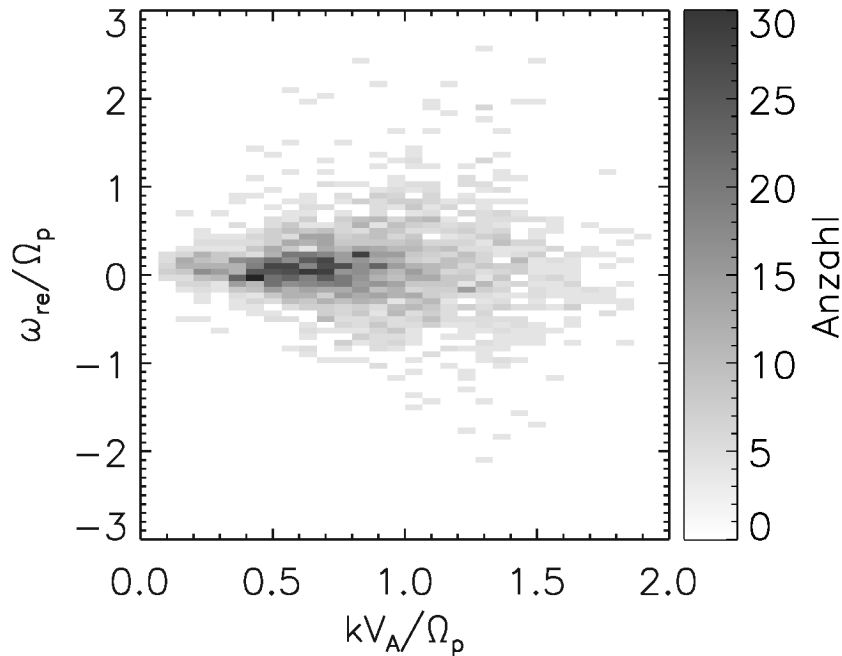


Abbildung 4.5: Häufigkeitsverteilung der detektierten Wellen mit Konzentration um $\omega_{re} \approx 0$ im Bereich $0,4 \leq kV_A/\Omega_p \leq 1,2$.

4.3.3 Wellenzahl-Spektrum und Random-Sweeping-Funktion

Der Beitrag jeder Welle zum Spektrum wird nun abgeschätzt. Ein direkter Vergleich der spektralen Energiedichten ist nicht möglich, da einerseits die Gesamtfluktuationsenergie pro Sonnenwindintervall unterschiedlich ist und bei einer einfachen Mittelung über alle Spektren nur diejenigen Intervalle mit höherer Fluktuationsenergie berücksichtigt würden. Andererseits zeigen die Frequenzspektren $P(f_{sc})$ in den gewählten Frequenzbereichen unterschiedlich starke potentielle Gefälle zwischen $f_{sc}^{-1,5}$ und $f_{sc}^{-3,2}$. Eine Kompensation des spektralen Verlaufs im Frequenz-Spektrum $P(f_{sc})$ kann nicht durchgeführt werden, da diese das Frequenz-Wellenvektor-Spektrum $P(\omega_{re}, \mathbf{k})$ verfälschen würde.

Trägt man für jedes Sonnenwindintervall alle Werte $P_{CWM}(\omega_{re}, \mathbf{k})$ nur in Abhängigkeit der Wellenzahl auf (d.h. unabhängig von der Frequenz ω_{re}) erhält man ein eindimensionales Wellenzahl-Spektrum $P(k)$, welches einen potentiellen Zusammenhang $P(k) \sim k^{-\alpha}$ zeigt. Die überlagerten Wellenzahl-Spektren aller Intervalle und jeweils angepassten Potenzfunktionen sind in Abb.4.6 zu sehen. Der Spektralindex oder Exponent α nimmt Werte zwischen 1,5 und 3,3. Basierend auf dem gewählten Frequenzbereich können die Wellenzahl-Spektren und deren Exponenten dem Inertialbereich (α_i) oder dem Dissipationsbereich (α_d) zugeordnet werden (Abb. 4.7). Werte von α_i variieren zwischen 1,5 und 1,9 und die von α_d zwischen 1,9 und 3,3.

Aufgrund der Wellenvektorverteilung (quasi-senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld und überwiegend senkrecht zum konvektierten elektrischen Feld), reduziert sich das vierdimensionale Frequenz-Wellenzahl-Spektrum $P_{CWM}(\omega_{re}, \mathbf{k})$ auf ein zweidimensionales. Die $P_{CWM}(\omega_{re}, k)$ -Spektren können folglich in ein Wellenzahl-Spektrum $P(k)$ und eine Verteilungsfunktion $N(\omega_{re}, k)$ zerlegt werden

$$P_{CWM}(\omega_{re}, k) = P(k)N(\omega_{re}, k). \quad (4.36)$$

Die Funktion $N(\omega_{re}, k)$ beschreibt die Verteilung im Frequenz-Wellenzahl-Bereich und enthält die Information über mögliche Dispersionsrelationen $\omega_{re}(k)$ und die Frequenzverbreiterung. Die Dispersionsanalyse eines einzelnen Sonnenwindintervalls reicht für die Abschätzung von $N(\omega_{re}, k)$ allerdings nicht aus, da nicht genügend Wellen gefunden werden können. Unter der Annahme, dass jedes Intervall eine Realisierung des instantanen turbulenten Zustands ist und die Verteilungsfunktionen der untersuchten Realisierungen ähnlich sind, ist es möglich die Eigenschaften von $N(\omega_{re}, k)$ über die Kompensation der individuellen Wellenzahl-Spektren $P(\omega_{re}, k)/P(k)$ und deren Zusammenführung in einen zweidimensionalen Frequenz-Wellenzahl-Histogramm zu bestimmen (Abb. 4.8, mitte).

Die Verteilung dieses Histogramms ist um $\omega_{re} \approx 0$ zentriert und durch Phasengeschwindigkeiten $|\omega_{re}/k| \leq 1,2V_A$ und Wellenzahlen $kV_A/\Omega_p \leq 1,1$ begrenzt. Bei höheren Wellenzahlen wird die Verteilung undefinierter und verliert an Struktur, weshalb sie in diesem Bereich nicht mehr gut beschrieben werden kann. Der Grund hierfür ist vor allem die Kombination aus Satellitenabstand (ca. 200 km) und unterschiedlichen Plasmaparametern (auf die normiert wird), die eine Analyse in einem einheitlichen Frequenz- und Wellenzahlbereichen verhindern. Die Maxima je diskretisierter Wellenzahl sind mit weißen Kreuzen eingezeichnet. Sie liegen teilweise innerhalb der Einhüllenden (gestrichelte Linie) der Dispersionskurven der kinetischen Alfvén-Mode (KAW), die für verschiedene

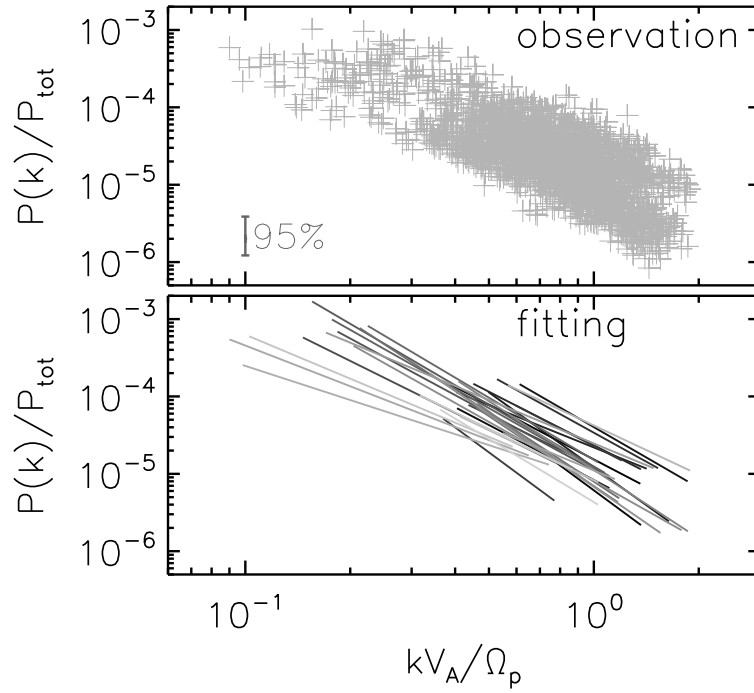


Abbildung 4.6: Oben: Normierte spektrale Energiedichte $P(k)/P_{tot}$ aller beobachteten Wellen. Unten: Potenzgesetz-Anpassungen mit spektralen Indizes zwischen 1,5 und 3,3 und 95%-Konfidenzintervall (Perschke et al. 2016).

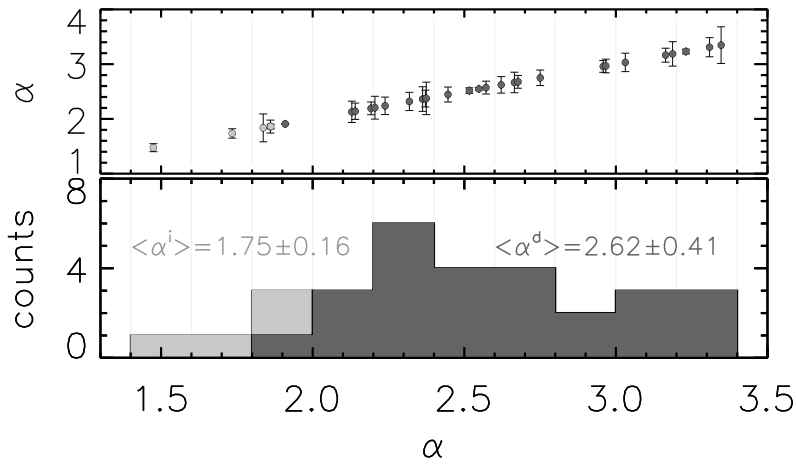


Abbildung 4.7: Spektralindizes der angepassten Potenzfunktionen mit Fehlerbalken (oben). Histogramm der Exponenten der Wellenzahl-Spektren im Inertialbereich, α_i (hellgrau) und Dissipationsbereich α_d (dunkelgrau) (Perschke et al. 2016).

Plasmabeta-Werte und Ausbreitungsrichtungen mit dem WHAMP-Code berechnet wurden. Ergänzend sind auch die Dispersionsrelationen der magnetosonischen Mode (MS) und der Proton-Bernstein-Mode (PB) berechnet und die Einhüllenden dieser Moden als durchgezogene bzw. gepunktete Linien dargestellt. Eine Konzentration um diese Moden ist nicht zu sehen, auch wenn die Frequenz- und Wellenzahlbereiche dieser abgedeckt werden. Die MS-Mode scheint die Verteilung jedoch zu flankieren.

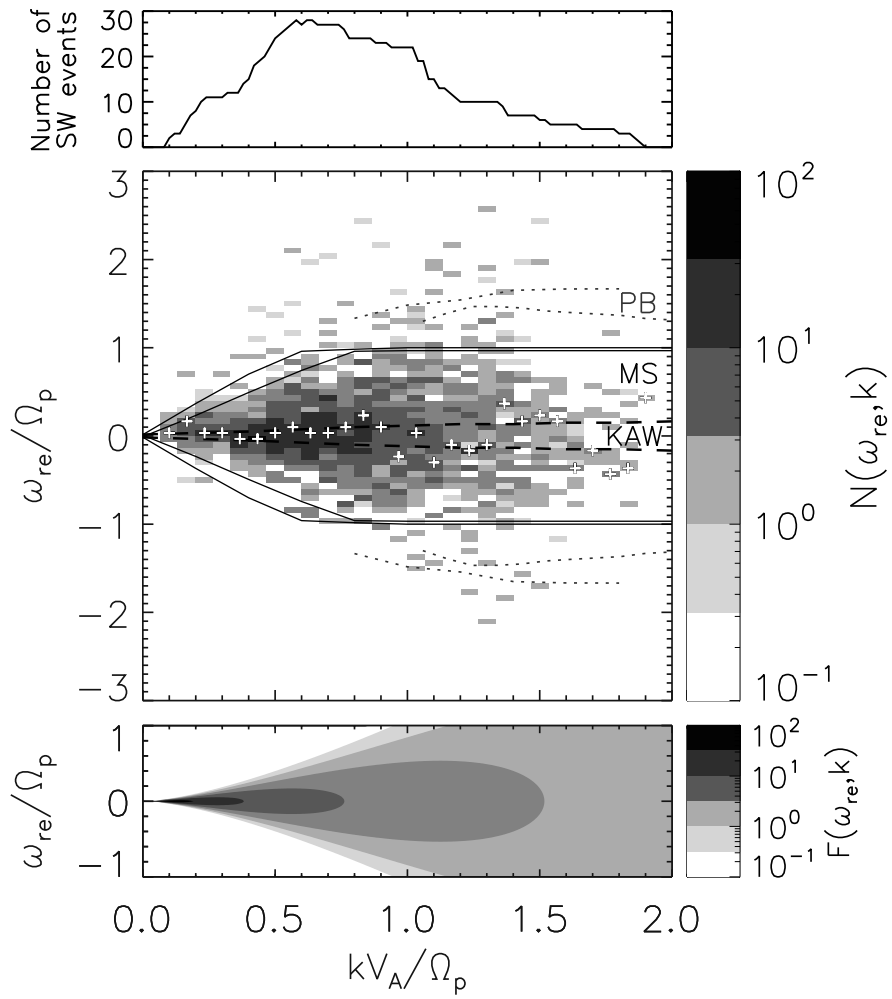


Abbildung 4.8: Oben: Anzahl der Sonnenwindintervalle im Wellenzahlbereich. Mitte: Histogramm der Verteilungsfunktion im Frequenz-Wellenzahl-Bereich mit den Maxima pro diskretisierter Wellenzahl (weiße Kreuze) und den Dispersionsrelationen der kinetische Alfvén-Mode (KAW, gestrichelte Linie), der magnetosonischen Mode (MS, durchgezogene Linie) und der Proton-Bernstein Mode (PB, gepunktete) Linie. Unten: Modell-Sweeping-Funktion $F(\omega_{re}, k)$ mit Standardabweichung $s_k \sim k^{1,67}$ (Perschke et al. 2016).

Die beobachtete Verteilung im Histogramm $N(\omega_{re}, k)$ (Abb. 4.8, mitte) wird nun mit der Random-Sweeping-Funktion $F(\omega, k)$ aus Gl.(4.31) verglichen. Hierzu zeigt Abb. 4.9 die Querschnitte von $N(\omega_{re}, k)$ bei den Wellenzahlen $kV_A/\Omega_p = 0,5; 0,77; 1,03$. Die Verteilungen sind um $\omega_{re} \approx 0$ zentriert, und können um den zentralen Bereich mit einer Gauß-Verteilung beschrieben werden. Bei höheren Frequenzen weichen die Verbreiterung von der Gauß-Verteilung ab und besitzt erhöhte Ausläufer, die besonders bei positiven Frequenzen ausgeprägt sind.

Die Wahl der Frequenz- und Wellenzahlaufösung (Binning-Größe) kann die Form des Histogramms und damit das Ergebnis der Analyse beeinflussen. Aus diesem Grund wird die Bestimmung des Histogramms $N(\omega_{re}, k)$ für verschiedene Auflösungen wiederholt. In Abb. 4.11 sind die ermittelten Standardabweichungen s_k bei Auflösungen $\Delta(kV_A/\Omega_p) =$

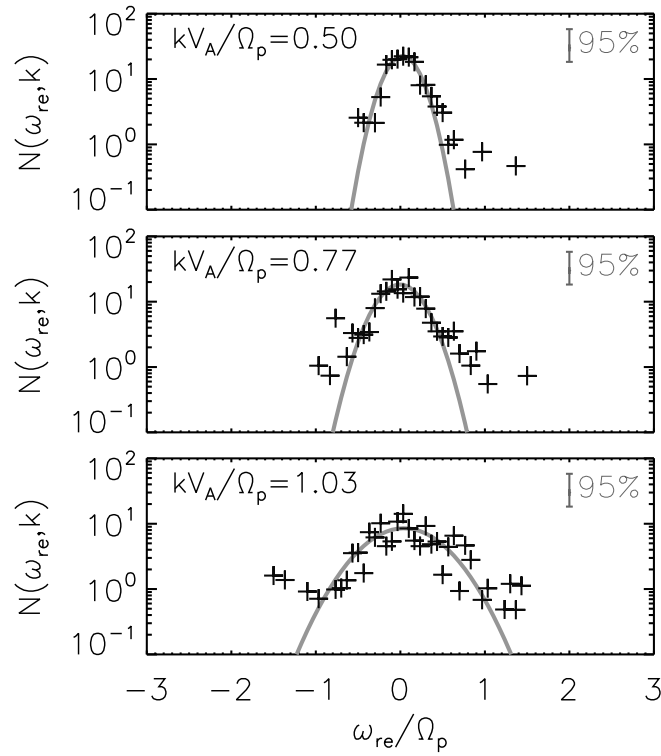


Abbildung 4.9: Querschnitte durch die Verteilungsfunktion $N(\omega_{re}, k)$ (Kreuze) und angepasste Gauß-Verteilungen (graue Kurven) bei unterschiedlichen Wellenzahlen und 95%-Konfidenzintervall (Perschke et al. 2016).

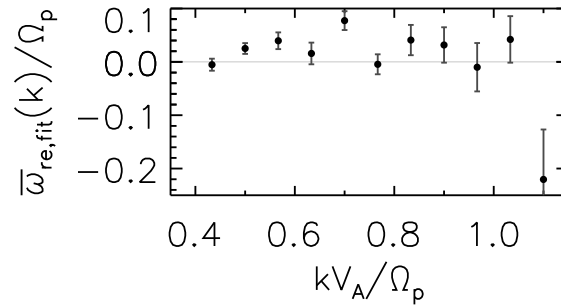


Abbildung 4.10: Mittelwerte $\bar{\omega}_{re,fit}(k)$ der angepassten Gauß-Verteilungen.

$\Delta(\omega_{re}/\Omega_p) = n^{-1}$ mit $n = 10; 15; 21$ zu sehen. Aus der Auswertung ergibt sich eine Skalierung $s_k \sim k^{1.6 \pm 0.2}$. Für die Auswertung wurden Wellenzahlen im Bereich $0.4 \leq kV_A/\Omega_p \leq 1.1$ genutzt, da in diesem Bereich über 20 Sonnenwindintervallen zur Bestimmung des Histogramms beigetragen haben (Abb. 4.8, oben). Die Modellfunktion $F_{fit}(\omega_{re}, k)$ mit den aus der Beobachtung abgeleiteten Parameter besitzt eine keulenförmige Verteilung und eine starke Frequenzverbreiterung (Abb. 4.8).

Die Sweeping-Geschwindigkeit V bzw. die Standardabweichung s_k werden bei der Modellbildung mit den Geschwindigkeitsfluktuationen bzw. deren Varianz $\langle \delta \mathbf{U}^2 \rangle$ verknüpft. Aus dem Histogramm (Abb. 4.2) ist ersichtlich, dass $\sqrt{\langle \delta \mathbf{U}^2 \rangle}$ Werte zwischen 2,4 und

14 km s⁻¹ annimmt und 80% dieser Werte innerhalb von 2,4 und 8 km s⁻¹ liegen. Aus diesem Grund nehmen wir eine ausreichende Ähnlichkeit der Verteilungsfunktionen $N(\omega_{re}, k)$ für alle Sonnenwindintervalle an, die in dieser Analyse verwendet wurden. Abb. 4.12 zeigt das Verhalten der Standardabweichung s_k , ermittelt aus der Analyse von Sonnenwindintervallen, deren Geschwindigkeitsfluktuationen vier unterschiedliche Bereiche abdecken. Der Exponent variiert zwischen 1,4 und 1,8 und entspricht dem angegebenen Wert.

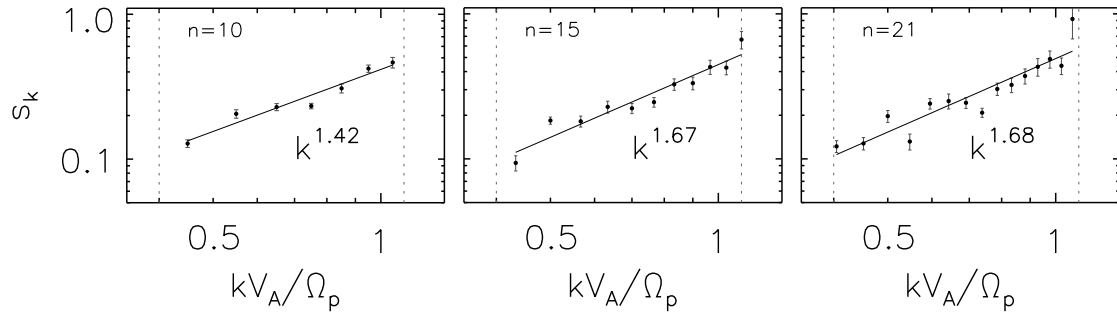


Abbildung 4.11: Ermittelte Standardabweichung s_k bei verschiedenen Frequenz- und Wellenzahlauflösung $\Delta(kV_A/\Omega_p) = \Delta(\omega_{re}/\Omega_p) = n^{-1}$. Die gestrichelten Linien markieren die Analyse-Grenzen $0,4 \leq kV_A/\Omega_p \leq 1,1$.

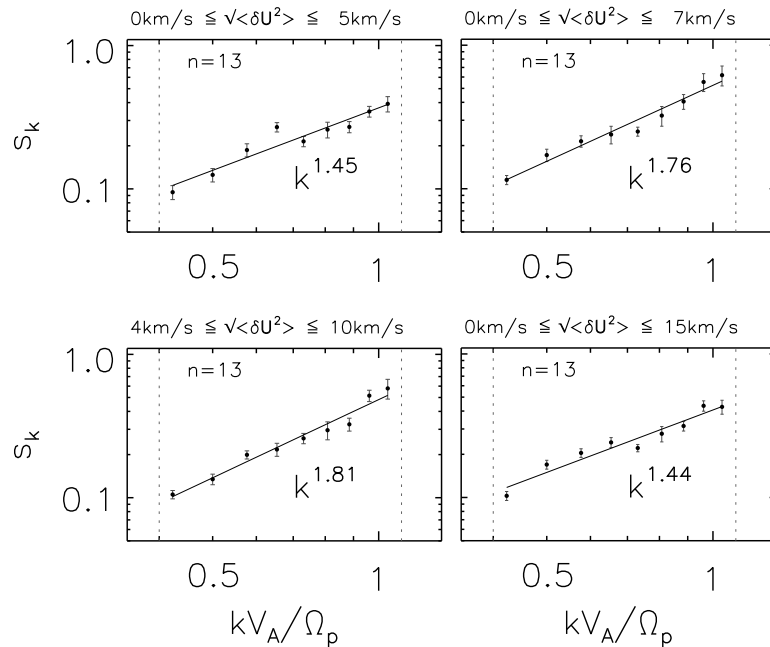


Abbildung 4.12: Ermittelte Standardabweichung s_k , für Sonnenwindintervalle, deren Geschwindigkeitsfluktuationen $\sqrt{\langle \delta U^2 \rangle}$ verschiedene Bereiche abdecken.

4.4 Diskussion

Die Dispersionsanalyse von 31 Sonnenwindintervallen zeigt zwei Hauptergebnisse: 1) Wellenzahl-Spektren $P(k)$, an die Potenzgesetze mit unterschiedlichen Exponenten angepasst werden können, und 2) eine gaußverteilte Frequenzverbreiterung um schwach dispersive Dispersionsrelationen der kinetischen Alfvén- bzw. Null-Frequenz-Mode bei Wellenzahlen $0,1 \leq kV_A/\Omega_p \leq 2$.

4.4.1 Wellenzahl-Spektren

Die direkte Beobachtung der magnetischen Wellenzahl-Spektren $P(k) \sim k^{-\alpha}$ zeigt, dass der stärkere Abfall im kinetische Bereich ($\alpha \geq 5/3$) eine echte Eigenschaft in der Sonnenwindturbulenz ist und bestätigt damit direkte Beobachtungen von $P(k)$ mit Cluster-Daten von Sahraoui et al. (2010b), Roberts et al. (2013, 2015) bzw. von Einzel-Satelliten-Messungen (u.a. Tessein et al. 2011). Abb. 4.6 zeigt ebenfalls, dass der spektrale Knick nicht mit der inversen Ionenträgheitslänge ($kV_A/\Omega_p = 1$) zusammen fällt sondern im Bereich $0,1 \leq kV_A/\Omega_p \leq 0,6$ liegt.

4.4.2 Häufigkeitsverteilung

In Abb. 4.13 ist rechts die Häufigkeitsverteilung aus Abb. 4.5 zusammen mit den Ergebnissen von Roberts et al. (2015) (links) abgebildet, deren Studie auf der Analyse von 57 teils gleichen Sonnenwindintervallen aus Kap. 4 basiert. In beiden Verteilungen ist eine leichte Häufungstendenz bei kleinen positiven Frequenzen zu erkennen. Die Ähnlichkeit der Häufigkeitsverteilungen mit z. T. gleichen Sonnenwindintervallen bestätigt die Ergebnisse der durchgeführten Dispersionsanalyse und zeigt auch, dass gestreute Frequenzen, wie in (Narita et al. 2011a, Perschke et al. 2013, 2014) ein natürliche Eigenschaft der Fluktuationen auf ionenkinetischen Skalen sind.

4.4.3 Random-Sweeping-Funktion der Sonnenwindturbulenz

Die Untersuchung der Frequenz-Wellenzahl-Verteilung $N(\omega_{re}, k)$ und der Vergleich mit einer Random-Sweeping-Modell-Funktion aus Gl. (4.31) zeigt, dass die beobachteten Frequenzverbreiterungen im zentralen Bereich gaußverteilt sind, deren Maxima im Bereich um $\omega_{re} \approx 0$ liegen, und deren Standardabweichung mit der steigender Wellenzahl wie $s_k \sim k^{1,6 \pm 0,2}$ zu nimmt. Bei höheren Frequenzen bilden sich teilweise von der Gauß-Verteilung abweichende Ausläufer.

Die Maxima der Verteilungen liegen im Frequenzbereich der kinetischen Alfvén- und Null-Frequenz-Mode. Mit Ausnahme des Maximums bei $kV_A/\Omega_p = 1,1$ liegen alle anderen Maxima bei $|\bar{\omega}_{re,fit}(k)| < 0,1 \Omega_p$. Aufgrund der starken Frequenzverbreiterung wird die Verteilung jedoch fast um $\omega_{re} \approx 0$ zentriert. Mit den gefundenen Parametern der Frequenzverteilungen zeigt sich, dass im betrachteten Wellenzahlbereich 55% aller Wellen

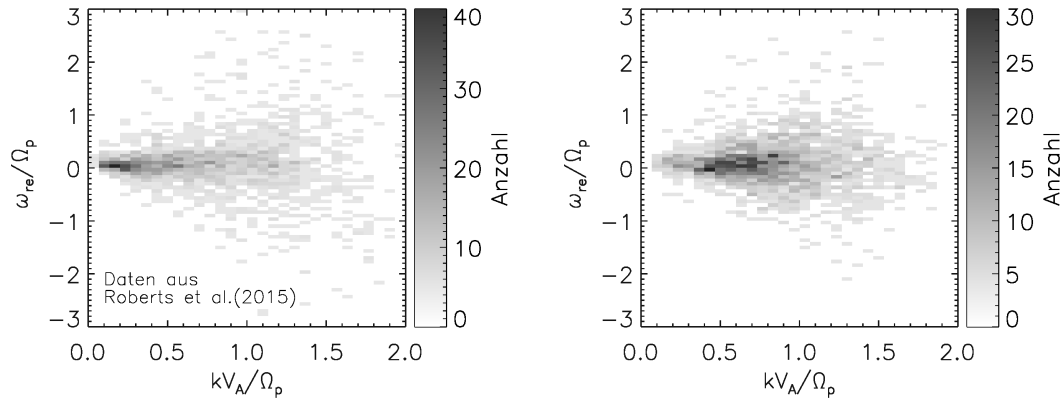


Abbildung 4.13: Häufigkeitsverteilung aus der Analyse von 31 Sonnenwindintervallen aus Kap. 4 und von 57 Intervallen aus Roberts et al. (2015) mit teilweise identischen Intervallen. (Die Daten wurden von Owen Roberts bereit gestellt.)

von der Sonne weg propagieren ($\omega_{re}(k) > 0$). Dies spiegelt auch die Verteilung der kompensierten Frequenz-Wellenzahl-Spektren $P_{CWM}(\omega_{re}, \mathbf{k})/P(k)$ der einzelnen Intervalle wider, bei denen 54% aller Werte positive Frequenzen im mitbewegten System besitzen. Die Ergebnisse zeigen somit auch, dass das Verhältnis gegenläufiger Wellen auf ionenkinetischen Skalen durch den Random-Sweeping-Prozess ausgeglichen werden kann.

Das vorgestellte Random-Sweeping Modell der idealen MHD in Gl. (4.29) beschreibt die Aufspaltung der Frequenzverteilung von kleinskaligen Strukturen mit Wellenvektorkomponenten senkrecht zum Hintergrundfeld durch die Advektion großskaliger Alfvén-Wellen. Die detektierten Wellenvektoren sind quasi-senkrecht und eine Aufspaltung nicht erkennbar.

Aufgrund der starken Frequenzverbreiterung und der Konzentration um kleine Frequenzen lassen sich frühere (gegensätzliche) Ergebnisse und Schlussfolgerungen direkter Dispersionsanalysen auf ionenkinetischen Skalen im Sonnenwind in die hier beschriebene Beobachtung integrieren. Sahraoui et al. (2010b), Roberts et al. (2013, 2015) identifizierten mit dem Wellenteleskop die KAW- und Null-Frequenz-Mode als Hauptkomponenten der Fluktuationen, die die Maxima der Verteilung $N(\omega_{re}, \mathbf{k})$ bilden. Die MSR-Methode, die von Narita et al. (2011a) und Perschke et al. (2013, 2014) für die Dispersionsanalyse verwendet wurde, detektiert darüber hinaus noch weitere höherfrequente Wellen mit gestreutem Charakter im Dispersionsdiagramm, die dem Wellenteleskop verborgen blieben.

Die stärker betonten und von der Gauß-Verteilung abweichenden Ausläufer in Abb. 4.9 sind ein Hinweis auf Phasenkohärenz (Sanada 1990), was bedeutet, dass die Phasen der Fluktuationen auf den verschiedenen Skalen nicht unabhängig voneinander sind und einer Annahme des Random-Sweeping-Modells widersprechen. Es ist außerdem möglich, dass diese Ausläufer durch Wellen der MS oder PB Moden erzeugt werden, die von großskaligen Strukturen advektiert werden und somit mehr Energie zu höheren Frequenzen $\omega_{re} > \Omega_p$ bringen. Eine weitere Ursache könnte die Geschwindigkeitsverteilung der großskaligen Strukturen sein, die sich mit steigender Wellenzahl von einer Gauß-Verteilung hin zu einer Kappa-Verteilung entwickelt und somit höhere Sweeping-Geschwindigkeiten V und

damit wieder höhere Energien bei höheren Frequenzen ermöglicht (Sorriso-Valvo et al. 1999). Dieser Effekt kann zusätzlich durch die stärker werdende Abweichung von der Gauß-Verteilung im Dissipationsbereich (Alexandrova et al. 2008) verstärkt werden.

Eine weitere Interpretation der Ausläufer ergibt sich durch den Vergleich mit dem Random-Sweeping-Spektrum der MHD in Gl. (4.29). Bei senkrechten Wellenvektoren gilt $\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_A = 0$, so dass die Random-Sweeping-Funktion die Überlagerung zweier zentrierter Gauß-Verteilungen im Frequenzbereich beschreibt. Sind nun die Standardabweichungen $|\delta\mathbf{U}_+|$ und $|\delta\mathbf{U}_-|$ unterschiedlich stark ausgebildet, so wird die Frequenzverbreiterung um den Mittelwert der Verteilung durch die kleinere Standardabweichung bestimmt. Größere Abweichungen sind seltener und werden durch die größere Standardabweichung ermöglicht. Die Abweichungen von den angepassten Gauß-Verteilungen in Abb. 4.9 könnten auch ein Hinweis auf eine solche zweite Verteilung mit größerer Standardabweichung sein.

Die Standardabweichung s_k skaliert mit $s_k \sim k^{1,6 \pm 0,2}$ (und damit ungefähr wie $s_k \sim k^{5/3}$) und wächst damit stärker als vom Modell für die hydrodynamische ($s_k \sim k^{2/3}$) bzw. denen der MHD Turbulenzen ($s_k \sim k^{2/3}$ und $s_k^{3/4}$) beschrieben.

Die Ursache für dieses Verhalten können die Zusammensetzung von Wellen und Wirbeln auf größeren Skalen sein, welche ein komplexeres Sweeping-Feld bilden, und damit höhere Geschwindigkeiten ermöglichen. Wie weiter oben schon angesprochen, ändert sich die Geschwindigkeitsverteilung von einer Gauß- zu Kappa-Verteilung mit steigendem k , was die höhere Geschwindigkeitsfluktuation und somit höhere Sweeping-Geschwindigkeiten auf kleinen Skalen wahrscheinlicher macht. Andererseits sind die Geschwindigkeitsfluktuationen auf MHD-Skalen anisotrop und bei 1 AE maximal senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld ($\delta\mathbf{U} \perp \mathbf{B}_0$), sodass der Effekt der Frequenzverbreiterung bei kleinskaligen kohärenten Wellen und Strukturen mit senkrechten Wellenvektoren ($\mathbf{k} \perp \mathbf{B}_0$) besonders ausgeprägt ist. Ergänzend dazu können dispersive Eigenschaften der kleinskaligen Strukturen, die bei dem Aufbau des Modells vernachlässigt werden, zur Verteilung von Energie auf höheren Frequenzen führen.

Die Auswahl der Intervalle nach der Größe der Geschwindigkeitsfluktuationen zeigt keine systematische Veränderung in der Frequenzverteilung $N(\omega_{re}, k)$. Gleiches gilt für die Auswahl der Intervalle nach Strömungsgeschwindigkeiten. Das Gleichgewicht von Wellen mit entgegengesetzten Propagationsrichtungen ist im langsamen Sonnenwind bei 1 AE ausgeprägter als im schnellen, in dem meist von der Sonne weg propagierende Wellen überwiegen. Für die Evaluation von $N(\omega_{re}, k)$ wurden Daten des schnellen und langsamen Sonnenwinds verwendet, da der Unterschied in der Häufigkeitsverteilung bzgl. der zur Sonne hin oder weg propagierenden Wellen gering und nicht so ausgeprägt wie in Roberts et al. (2015) (bei gleicher Geschwindigkeitsselektion) ist (Abb. 4.14).

Die hohe statistische Sicherheit bzgl. der Dispersionsrelation und spektralen Energiedichten der detektierten Wellen suggeriert Normalmoden. Allerdings gibt es aufgrund des starken Random-Sweeping-Effekts kein einheitliches Referenzsystem bzw. Dispersionsdiagramm, in dem alle detektierten Wellen auf den Dispersionsästen der Normalmoden liegen. Somit ist in der Sonnenwindturbulenz und insbesondere auf ionenkinetischen Skalen eine eindeutige Identifizierung und Assoziation der Wellen mit Normalmoden allein durch die beobachteten Dispersionsrelationen nicht möglich. Die Beobachtung der

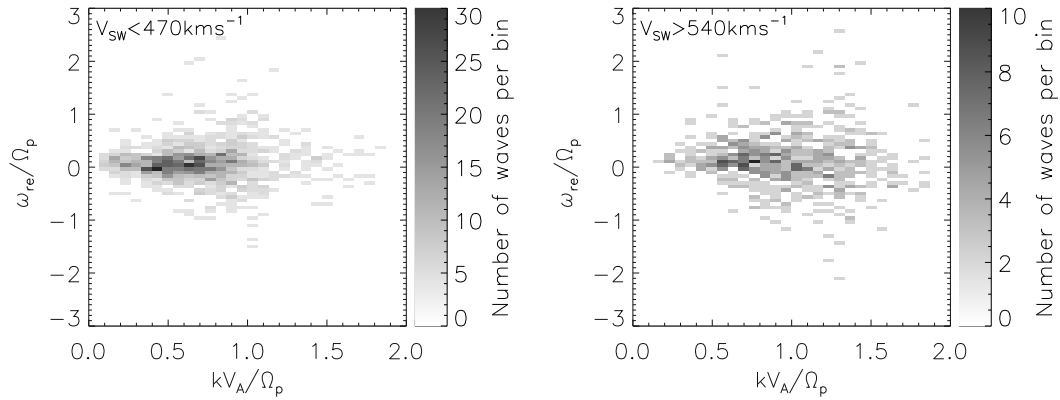


Abbildung 4.14: Häufigkeitsverteilung von acht langsamen ($V_{SW} < 470 \text{ km s}^{-1}$) und sechs schnellen ($V_{SW} > 540 \text{ km s}^{-1}$) Sonnenwindintervallen.

Frequenzverbreiterung zeigt die Relevanz des Random-Sweeping-Effekts in der Sonnenwindturbulenz.

4.4.4 Eigenschaften des modellierten Frequenz-Wellenzahl-Spektrums

Mit der gefundenen Random-Sweeping-Funktion $F_{fit}(\omega_{re}, k)$ kann ein zweidimensionales Frequenz-Wellenzahl-Spektrum im Spacecraft- und mitbewegten System, $E(\omega_{sc}, k)$ bzw. $E(\omega_{sc}, k)$ konstruiert werden. In Abb. 4.15 ist $E(\omega_{sc}, k) = E(k)F_{fit}(\omega_{sc}, k)$ mit einem Wellenzahl-Spektrum

$$E(k) = \begin{cases} k^{-5/3}, & kV_A/\Omega_p < 0,5 \\ k^{-8/3}, & kV_A/\Omega_p > 0,5 \end{cases}, \quad (4.37)$$

und der Random-Sweeping-Funktion $F(\omega_{sc}, k)$ (Gl.(4.31)) mit der Strömungsgeschwindigkeit $V_{SW} = 8 V_A$, $s_k = 0,44 \times (kV_A/\Omega_p)^{1,6}$ im Bereich $0 \leq kV_A/\Omega_p \leq 3$ abgebildet. Die Parameter sind so gewählt, dass sie den Mittelwerten der Spektralenindizes (Abb. 4.7) entsprechen. Darunter ist das Frequenzspektrum $E(\omega_{sc}) = \int dk E(\omega_{sc}, k)$ zu sehen. Die Integration wurde numerisch durchgeführt. Die Verhältnisse der Parameter wurden an die Sonnenwindbeobachtungen angepasst und mit $\Omega_p \approx 1 \text{ rad s}^{-1}$ spiegelt das Frequenz-Spektrum $P(f_{sc})$ das Wellenzahl-Spektrum $E(k)$ mit entsprechendem Exponentenwechsel bei $4 \Omega_p \approx 0.63 \text{ Hz}$ wider. Dieses Verhalten bestärkt einerseits die Beobachtung $s_k \sim k^{1,6 \pm 0,2}$, weil das Eingangsspektrum $P(f_{sc})$ der vier CLUSTER-Satelliten reproduziert werden kann. Andererseits suggeriert das Verhalten, dass der spektrale Index im Spacecraft-Frequenzspektrum $P(\omega_{sc})$ im Bereich $s_k < kV_{SW}$ unabhängig von der Frequenzstreuung und der Sweeping-Geschwindigkeit V bzw. Standardabweichung s_k ist (was jedoch noch analytisch wie in Wilczek und Narita (2012) bestätigt werden muss). Für die Analyse von Einzel-Satelliten-Messungen bedeutet dies, dass zur Untersuchung des Wellenzahl-Spektrums die Taylor-Hypothese angewendet werden kann. Für die Beschreibung der Turbulenz dürfen die zeitlichen Variationen der kleinskaligen Strukturen

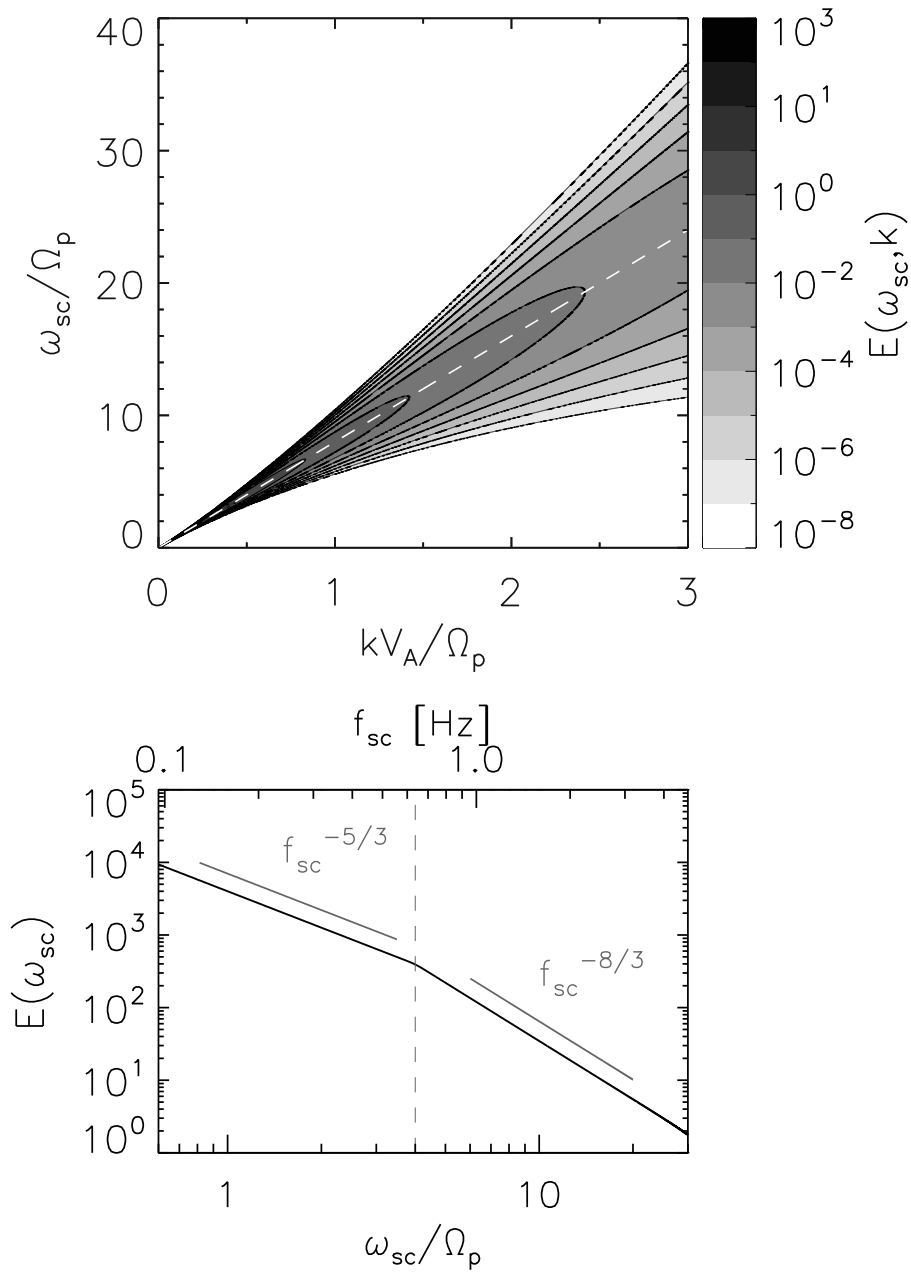


Abbildung 4.15: Oben: Frequenz-Wellenzahl-Modellspektrum $E(\omega_{sc}, k)$ im Spacecraft-System mit $V_{SW}/V_A = 8$ (helle gestrichelte Linie), Standardabweichung $s_k \sim k^{1,6}$ sowie $E(k) \sim k^{-5/3}$ (für $kV_A/\Omega_p < 0,5$) und $E(k) \sim k^{-8/3}$ (für $kV_A/\Omega_p > 0,5$). Unten: Frequenzspektrum $E(\omega_{sc})$. Die gestrichelte Linie markiert den erwarteten Exponentenwechsel.

$\omega_{re}(k)$ jedoch nicht vernachlässigt werden.

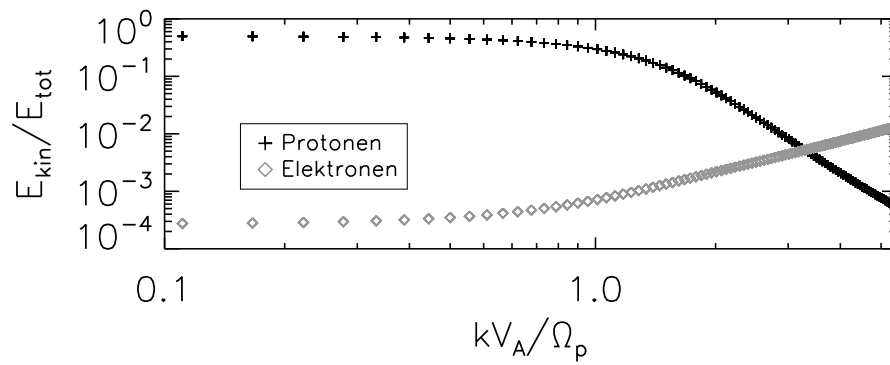


Abbildung 4.16: Anteile Kinetische Energie der Ionen und Elektronen an der gesamten Fluktuationsenergie der kinetische Alfvén-Mode bei $\theta_{kB} = 89,5^\circ$.

Der Wellenzahlbereich wurde auf $kV_A\Omega_p \leq 3$ erweitert, um zu zeigen, wie sich das Frequenz-Wellenzahl-Spektrum in dem Bereich verhält, wo die Dynamik des Plasmas überwiegend von den Ionen bestimmt wird. Abb. 4.16 zeigt dafür exemplarisch den Anteil der kinetische Energie von Protonen und Elektronen für die kinetische Alfvén-Mode aus den WHAMP-Berechnungen.

5 Diskussion und Ausblick

In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass die Natur der kleinamplitudigen Fluktuation auf ionenkinetischen Skalen in der Sonnenwindturbulenz komplexer ist als bislang von der Schwachen-Turbulenz-Theorie vorhergesagt. Die gewonnenen Erkenntnisse basieren auf Daten der CLUSTER-Satelliten, mit denen die direkte Beobachtung von Dispersionsrelationen im mitbewegten System des Sonnenwinds ohne die Verwendung der Taylor-Hypothese möglich ist. In den Kapiteln 3 und 4 wurden magnetische Fluktuationen von neun bzw. 31 Sonnenwindintervallen auf ihre Dispersionseigenschaften $\omega(\mathbf{k})$ bei Wellenzahlen $0,1 \lesssim kV_A/\Omega_p \lesssim 2$ untersucht und der Einfluss lokal variierender Hintergrundparameter und des Random-Sweeping-Effekts auf die Dispersionsrelationen Normalmoden betrachtet.

Im Ergebnis können die variierenden Hintergrundparameter die beobachtete Streuung der Frequenzen um die der Normalmoden nur teilweise erklären. Mit der qualitativen Übereinstimmung der gaußverteilten Frequenzen konnte in der zweiten Studie der Random-Sweeping-Effekt, also die zufällige Advektion kleinskaliger Wellen durch die Fluktuationen großskaliger Alfvén-Wellen oder Wirbel, als wahrscheinliche Ursache für die Frequenzstreuung in der Sonnenwindturbulenz identifiziert werden. Die Beobachtung quasisenkrechter Wellenvektoren, überwiegend von der Sonne wegpropagierende Wellen und die Frequenz- und Wellenzahlbereiche der detektierten Wellen bestätigen Ergebnisse anderer Arbeiten.

Die Dispersionsanalyse, die Ergebnisse und ihre Konsequenzen für die Beschreibung und das Bild der Sonnenwindturbulenz wird im Folgenden diskutiert.

5.1 Beobachtung diskreter Wellen

Die Cluster Mission erlaubt die Bestimmung dreidimensionaler Wellenvektoren mit nur vier räumlich verteilten Satelliten. Eine räumliche Fourier-Analyse ist folglich nicht möglich. Die genutzten Wellenvektor-Filter nutzen die Phasendifferenzen der Fluktuationen zwischen den Satelliten, um das Wellenvektor-Spektrum zu bestimmen. Dies führt dazu, dass nur eine begrenzte Anzahl von Wellen detektiert werden kann und deren Signatur im Spektrum umso ausgeprägter ist, je öfter eine kohärente Welle die Satelliten überstreicht.

In den Dispersionsanalysen wurden langlebige und kohärente diskrete Wellen im Sonnenwind betrachtet, die sich durch ein klares Maximum im Frequenz-Wellenvektor-Spektrum

auszeichnen und deren spektrale Energiedichte mit hoher statistischer Sicherheit abgeschätzt wurde. Die Ausprägung deutlicher spektraler Spitzen bei 12 Freiheitsgraden zeigt aber, dass diese kohärenten Wellen und Strukturen einen festen Bestandteil der Sonnenwindturbulenz bilden. Damit war die Verwendung der CWM-Methode möglich, die die spektralen Spitzen im MSR-Wellenvektor-Spektrum mit den spektralen Energiedichten aus der Wellenteleskop-Analyse kombiniert.

Energiedichten von Fluktuationen, die nur kurzzeitig und deshalb mit zu geringer Signifikanz zum Frequenz-Wellenvektor-Spektrum beitragen, wurden ebenso wie Fluktuationen deren Dispersionsrelationen nicht konstant und deshalb verschmiert sind, vernachlässigt. Eine Abschätzung, wie viel Fluktuationsenergie auf kohärente und nicht kohärente bzw. lang- und kurzzeitige Fluktuationen entfällt ist schwierig, da das Parseval'sche Theorem nicht auf das Wellenteleskop, als Schätzer der spektralen Energiedichte $P(\omega, \mathbf{k})$, anwendbar ist.

5.2 Wellenvektor-Verteilung

Die beobachteten Wellenvektoren stehen alle nahezu senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld und bestätigen die Wellenvektor-Anisotropie $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ auf ionenkinetischen Skalen und damit zahlreiche frühere Beobachtungen.

Die Histogramme in Abb. 5.1 zeigen der Projektion der detektierten Wellenvektoren auf die Ebene senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld. Die k_y -Richtung steht dabei senkrecht zu \mathbf{B}_0 und \mathbf{V}_{SW} , k_x in Richtung der Strömung senkrecht zu \mathbf{B}_0 . Beide Histogramme besitzen zwei Verteilung, die jeweils um die k_x -Achse konzentriert sind und sich bei steigenden Wellenzahlen verbreitern. Wellenvektoren senkrecht zur Strömung ($k_y \gg k_x$) werden nicht detektiert. Darüber hinaus überwiegen Wellenvektoren mit positiver k_x -Komponente – also von der Sonne weg propagierende Wellen (in Häufigkeit).

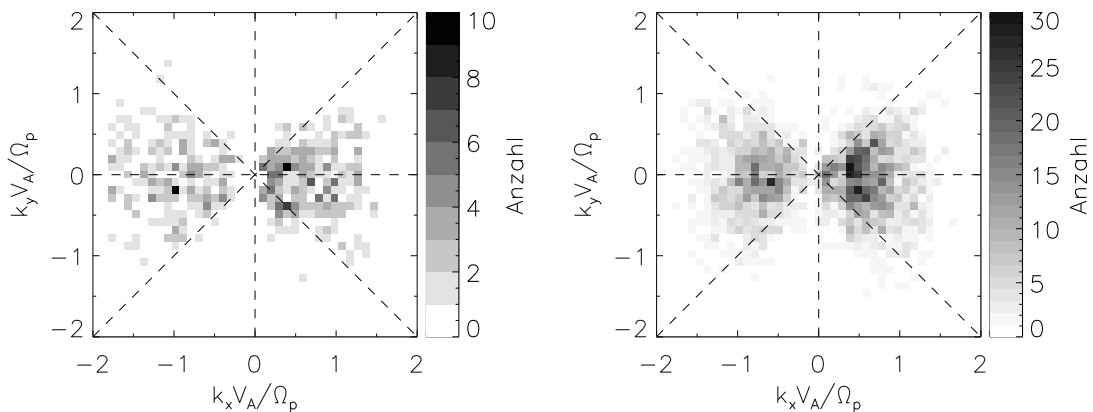


Abbildung 5.1: Histogramme der Wellenvektorverteilung in der Ebene senkrecht zum Hintergrundmagnetfeld. Links für die neun Intervalle aus Kap. 3, rechts für die 31 Intervalle aus Kap. 4.

Die Konzentration der Wellenvektoren um die k_x -Achse suggeriert eine Anisotropie bzgl.

des konvektierten elektrischen Feldes $\mathbf{E} = -\mathbf{V}_{SW} \times \mathbf{B}_0$. Um zu bewerten, ob diese Anisotropie eine echte physikalische Eigenschaft der Sonnenwindturbulenz (Narita et al. 2010) oder ein Artefakt aus der Messmethode und ihrer Limitierungen ist, wird ein Wellenfeld mit zwei nichtdispersiven Moden betrachtet. Wellen der Mode 1 propagieren in Flussrichtung ($\mathbf{V}_{SW} = (V_{SW}, 0, 0)$), Wellen der Mode 2 senkrecht dazu (Abb. 5.2). Es werden für die beiden Wellen eine identische Phasengeschwindigkeiten $v_{ph, re}$ im mitbewegten System, sowie ein potentiell abfallendes Wellenzahl-Spektrum $P(k) \sim k^{-5/3}$ angenommen.

Betrachtet werden nun die beiden Dispersionsrelationen im Spacecraft-System

$$\omega_{sc,1} = (v_{ph} + V_{SW})k_1 \quad (5.1)$$

$$\omega_{sc,2} = v_{ph}k_2 \quad (5.2)$$

Die Filteralgorithmen (Wellenteleskop, MSR, EM) schätzen für eine feste Frequenz ω_{sc} das dreidimensionale Wellenvektor-Spektrum $P(\omega_{sc}, \mathbf{k})$. Werden die zwei Moden bei der gleichen Spacecraft-Frequenz ($\omega_{sc,1} = \omega_{sc,2}$) detektiert, so bedeutet dies für das Verhältnis der Wellenzahlen k_1 und k_2

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{v_{ph} + V_{SW}}{v_{ph}} \quad (5.3)$$

$$= 1 + V_{SW}/v_{ph}. \quad (5.4)$$

Das Verhältnis der spektralen Energiedichten der Wellen ist dann

$$\frac{P(k_2)}{P(k_1)} \sim \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{-5/3} = \left(1 + V_{SW}/v_{ph}\right)^{-5/3}. \quad (5.5)$$

Dieses Verhältnis hängt also stark vom Verhältnis von Strömungs- zu Phasengeschwindigkeit ab. Zur Abschätzung kann die Alfvén-Geschwindigkeit als Phasengeschwindigkeit ($v_{ph} = V_A$) genutzt werden. Wird die Strömungsgeschwindigkeit $V_{SW} = 9V_A$ gesetzt, so ist $k_2/k_1 = 10$. Damit ist

$$\frac{P(k_2)}{P(k_1)} \sim \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{-5/3} = 2 \times 10^{-2}. \quad (5.6)$$

Die spektrale Energiedichte der senkrecht zur Strömung propagierenden Welle ist also zwei Größenordnungen kleiner als die der parallel propagierenden Welle. Die parallel propagierende Welle wird darüber hinaus besser bestimmt, da mehr Wellenzüge die Satelliten passieren.

Ein weiterer Grund für die scheinbare Anisotropie können die Limitierungen der Frequenz- und Wellenzahlbereiche sein. Die kleinste genutzte Frequenz ist $\omega_{sc,min} = k_{min} V_{SW}$. Liegen die Frequenzen der senkrecht zur Strömung propagierenden Wellen unterhalb dieser Frequenz ($k_2 v_{ph} < \omega_{sc,min}$), so werden sie von der Analyse direkt ausgeschlossen.

In allen drei genannten Szenarien kann die Doppler-Verschiebung die Messung bzw. die Analyse derart beeinflussen, dass Wellen mit Wellenvektorkomponenten $k_x > k_y$ signifikanter erscheinen.

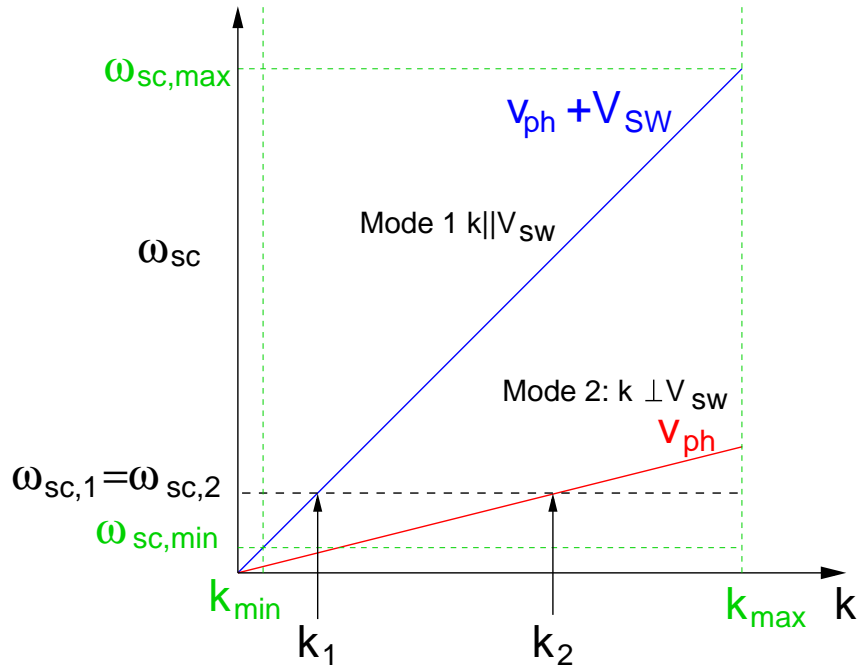


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung eines Dispersionsdiagramms mit zwei Moden (parallel und senkrechte Propagation zur Strömung \mathbf{V}_{sw}).

Mit den verwendeten Kriterien bzgl. der Frequenz- und Wellenzahllimitierungen und der CWM-Methode, welches nur die spektralen Spitzen im Frequenz-Wellenvektor-Spektrum berücksichtigt kann die die Frage nach einer Wellenvektor-Anisotropie bzgl. des konvektierten elektrischen Feldes am besten bei Sonnenwindintervallen untersucht werden, bei denen bei denen der Winkel θ_{VB} zwischen Strömung und Hintergrundmagnetfeld sehr klein wird. Mit der Annahme, dass sich die Wellen weiterhin nur senkrecht zu \mathbf{B}_0 ausbreiten, wird somit der Einfluss der Doppler-Verschiebung bei der Bestimmung der k_x - und k_y -Komponenten bzw. k_1 und k_2 minimiert

$$\frac{k_2}{k_1} = 1 + V_{sw} \sin(\theta_{VB}) / v_{ph} \quad (5.7)$$

bzw.

$$\frac{P(k_2)}{P(k_1)} \sim \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^{-5/3} = \left(1 + V_{sw} \sin(\theta_{VB}) / v_{ph} \right)^{-5/3}. \quad (5.8)$$

Da die Winkel θ_{VB} der analysierten Intervalle zwischen 45° und 135° liegen (Abb. 4.2), ändert sich zwar die Abschätzungen mit der Alfvén-Geschwindigkeit entsprechend zu $k_2/k_1 = 7,3$ und $P(k_2)/P(k_1) = 3 \times 10^{-2}$, ist aber wohl immer noch zu klein für die mit der CWM-Methode detektierten Wellen.

Die Analyse von Fluktuationen mit Wellenvektoren senkrecht zu \mathbf{B}_0 und \mathbf{V}_{sw} ist nicht grundsätzlich ausgeschlossen, wenn z.B. das gesamte Frequenz-Wellenvektor-Spektrum dabei betrachtet wird (Narita et al. 2011a, Narita et al. 2014), welches nicht spektrale Maxima berücksichtigt.

5.3 Dispersionseigenschaften

Die aus den individuellen Dispersionsdiagrammen erstellten Häufigkeitsverteilungen entsprechen der nullten Ordnung des Frequenz-Wellenzahl-Spektrums. Die Konzentration von Wellen bei Frequenzen $|\omega_{re}| < 0,25\Omega_p$ im Bereich $kV_A/\Omega_p \approx 1$ ist in den Häufigkeitsverteilungen der beiden Studien (Abb. 3.9 und 4.5) genauso zu erkennen, wie die Streuung zu höheren Frequenzen und die Konzentration bei Phasengeschwindigkeiten $|\omega_{re}/k| \lesssim 1,2V_A$. Eine Konzentration um Dispersionsrelationen von Normalmoden ist nicht ersichtlich, weshalb mit dem Ansatz variierender Hintergrundparameter nur ein Teil der Wellen mit Normalmoden assoziiert werden konnte.

Da die Häufigkeit allein noch keine Aussage über die Relevanz der Wellen im Spektrum machen, wurde deren spektrale Energiedichte in der zweiten Studie mit einbezogen.

Die beachteten Wellenzahl-Spektren bestätigen, dass diese bei kinetischen Skalen steiler als im MHD Bereich abfallen. Der spektrale Index α ist jedoch nicht einheitlich und variiert zwischen $5/3 \leq \alpha \leq 4$. Ein stärkerer spektraler Abfall bedeutet eine stärkere Dämpfung. Ein Zusammenhang zwischen dem spektralen Index und der Verteilung im Dispersionsdiagramm konnte nicht festgestellt werden.

Die Gauß-Verteilung der Frequenzverbreiterung mit wachsender Standardabweichung zu größeren Wellenzahlen und der Vergleich mit dem Random-Sweeping-Modell der hydrodynamischen und idealen MHD Turbulenz lassen den Schluss zu, dass es in der Sonnenwindturbulenz kein gemeinsames Referenzsystem zu Bestimmung der Dispersionsrelationen auf ionenkinetischen Skalen gibt, da die beobachteten Wellen durch die Geschwindigkeits- und Magnetfeldfluktuationen großskaliger Strukturen zufällig advektiert und ihre (gemessenen) Dispersionsrelationen verschoben oder verbreitert werden. Die Maxima der untersuchten Verteilungsfunktion $N(\omega_{re}, k)$ sind deutlich um $\omega_{re} \approx 0$ zentriert. Die leichte Asymmetrie in der Häufigkeitsverteilung ist reduziert, da das Frequenz-Wellenzahl-Spektrum aus den mittleren spektralen Energiedichten berechnet wurde und damit unabhängig von der Häufigkeit der Wellen ist.

Im Unterschied zu den Skalierungen der Standardabweichung mit $s_k \sim k^{2/3}$ bzw. $s_k \sim k^{3/4}$, die sich aus dem Random-Sweeping-Modellen der Fluid- und MHD-Turbulenz ergeben, skaliert die beobachtete Standardabweichung auf ionenkinetischen Skalen mit $s_k \sim k^{1,6 \pm 0,2}$ (Abb. 5.3). Die Zunahme der Standardabweichung mit der Wellenzahl ist sehr viel stärker als in der hydrodynamischen Turbulenz, in der die großskaligen Fluktuationen isotrop sind. Im Sonnenwind auf MHD (Inertialbereich) und ionenkinetischen Skalen sind Magnetfeld- und Geschwindigkeitsfluktuationen anisotrop, wobei die senkrechten Fluktuationen dominieren und die Statistik der Fluktuation für kleiner werdende Skalen stärker von der Gauß-Verteilung durch erhöhte Flanken abweichen. Somit ist auch der Sweeping-Effekt anisotrop und die Zunahme der Standardabweichung mit der Wellenzahl stärker, da hin zu kleinen Skalen die relative Häufigkeit starker Geschwindigkeitsfluktuationen im Vergleich zur Normalverteilung zunimmt.

Ein weiterer Grund für die stärker steigende Standardabweichung im Vergleich zu den Turbulenzmodellen kann in der Vernachlässigung von zeitlichen Variationen der kleinskaligen Strukturen (also der Dispersionsrelationen) im Modell für die Fluidturbulenz liegen.

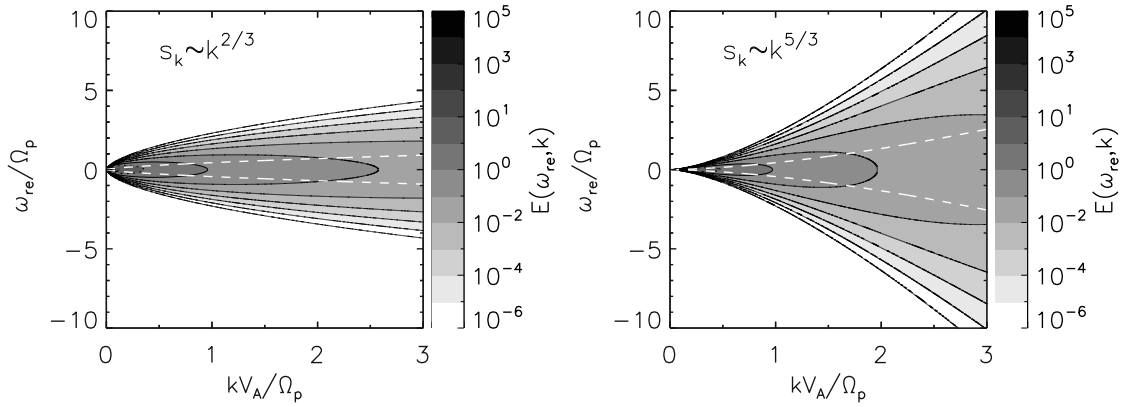


Abbildung 5.3: Modellspektren der Fluid- (links) und Sonnenwindturbulenz (rechts) basierend auf dem Random-Sweeping-Modell bei einem Wellenzahl-Spektrum $E(k) \sim k^{-5/3}$. Die helle gestrichelten Linien zeigen den Verlauf der Standardabweichung s_k .

Im Sonnenwindplasma können verschiedene Moden mit Frequenzen $\omega_{re} > \Omega_p$ auftreten, deren Dispersionsrelationen entweder selbst verbreitert bzw. verschmiert sind oder innerhalb der Verbreiterung um die Null-Frequenz- und kinetischen Alfvén-Mode liegen, worauf die erhöhten Ausläufer der Frequenzverteilungen in $N(\omega_{re}, k)$ hindeuten.

Hybridsimulationen von Comișel et al. (2013, 2015a,b) zeigen, dass die in dieser Arbeit genannten Normalmoden in einem turbulenten Plasma existieren können und sich die Frequenzverbreiterung um deren Dispersionsrelationen mit der Zeit entwickelt. Insbesondere Auswertungen der Frequenzverbreiterung der Ionenzyklotron-Mode (einer Mode mit kleinen Frequenzen $\omega_{re}k \lesssim 0,2\Omega_p$ bei $0 < kV_A/\Omega_p < 2$) bei Plasmabeta-Werten um eins in Comișel et al. (2015a) zeigen eine starke Verbreiterung im Laufe der Simulation. Eine quantitative Übereinstimmung zwischen den Simulationsergebnissen und den vorgestellten Beobachtungen existiert jedoch nicht.

5.4 Erweitertes Bild der Wellenturbulenz

Die Dispersionsanalyse magnetischer Fluktuationen zeigt, dass quasi-senkrechte Wellenvektoren und eine mit der Wellenzahl zunehmende Frequenzstreuung generelle Eigenschaften kohärenter Wellen und Strukturen auf ionenkinetischen Skalen in der Sonnenwindturbulenz sind. Der Vergleich mit dem Random-Sweeping-Modell lässt darauf schließen, dass diese Verbreiterung aus der zufälligen Advektion der kleinskaligen Wellen durch großskalige Strukturen resultiert. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind in verschiedenen Bereichen der Erforschung der Sonnenwindturbulenz von Bedeutung.

Aufgrund der inhärent mit der Wellenzahl stark zunehmende Frequenzverbreiterung in der Plasmaturbulenz verliert die Annahme der Taylor-Hypothese bei die Analyse von Einzel-Satelliten Messungen bei ionenkinetischen und kleineren Skalen mehr und mehr ihre Gültigkeit, was zu Fehlinterpretationen führen kann. Für die genau Analyse solcher Fluktuationen im Sonnenwind sind somit Multi-Satelliten Missionen, wie z.B. die MMS

Mission, notwendig, deren Satellitenabstand bis auf wenige Kilometer und damit in den Bereich der elektronenkinetischen Skalen reduziert werden kann.

Obwohl die Voraussetzungen der quasi-linearen schwachen Turbulenz (und damit auch Quasi-Superposition) aufgrund der kleinamplitudigen Fluktuationen im Zeitbereich erfüllt sind, beeinflussen sich die Wellen verschiedener Größenordnungen und modifizieren die Dispersionsrelationen im mitbewegten System des Sonnenwinds. Für den Energietransfer im Frequenz-Wellenvektor-Bereich bedeutet dies, dass Energie nicht nur entlang der Dispersionsäste kaskadiert werden kann, sondern auch auf Seitenbandwellen übertragen werden kann (Diffusion im Frequenzbereich). Die Ergebnisse zeigen auch, wie vielseitig das ursprünglich für die Fluidturbulenz entwickelte Random-Sweeping Modell von Kraichnan in der Anwendung bei unterschiedlichen turbulenten Systemen sein kann. Folglich sollte diese Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Skalen auch bei der Konstruktion von Turbulenzmodellen beachtet werden.

In den Random-Sweeping Modellen der Fluid- und MHD-Turbulenz ist die Standardabweichung s_k proportional zum Inversen der nichtlinearen Zeitskala oder einer nichtlinearen Frequenz $\tau_{nl}^{-1} \sim \omega_{nl}$. Eine Grundannahme der Schwachen-Turbulenz-Theorie ist, dass die Zeitskalen der nichtlinearen Prozesse sehr viel größer, als die der linearen sind: $\tau_{nl} \gg \tau_{lin}$ bzw. $\omega_{nl} \ll \omega_{lin}$.

Mit der beobachteten Skalierung der Standardabweichung der Frequenzverbreiterung skaliert die entsprechende nichtlineare Frequenzskala mit $\omega_{nl} \sim k^{1.6 \pm 0.2}$. Diese steigt somit stärker an, als jede Dispersionsrelation $\omega(k)$ für $k \approx k_{\perp}$ auf ionenkinetischen Skalen. In der Folge wird ab einem bestimmten Wellenzahlbereich die Grundannahme der schwachen Wellen-Wellen Wechselwirkung nicht mehr erfüllt und das Konzept der Schwachen-Turbulenz verliert seine Gültigkeit. Darüber hinaus kann die starke Verbreiterung bedeuten, dass die (großskaligen) Strukturen, seien es Wellen oder Wirbel, so schnell zerfallen, dass sich auf ihnen keine vollständigen (kleinskaligere) Wellen ausbilden bzw. ausbreiten können. Somit entwickelt sich auch in Bereichen kleinamplitudiger Fluktuationen im Sonnenwind die schwache, quasi-lineare Turbulenz zu einer (starken) voll entwickelten Turbulenz, bei der nichtlineare Prozesse die Dynamik des Plasmas dominieren.

A Anhang

A.1 Das Wellenteleskop

Grundlage des Wellenteleskops ist die Caponsche Projektionsmethode (Capon 1969), bei der die (räumlich) gemessene Fluktuationsenergie in den Wellenvektor-Raum projiziert wird. Die Kreuzspektraldichtematrix besitzt die Form

$$\mathbf{R}(\omega) = \langle \mathbf{S}(\omega) \mathbf{S}^\dagger(\omega) \rangle \quad (\text{A.1})$$

$$= \sum_{m=1}^M \mathbf{H}(\mathbf{k}_m) \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}_m) \mathbf{H}(\mathbf{k}_m) + \sigma^2 \mathbf{I}. \quad (\text{A.2})$$

Ziel ist es nun, aus der Kreuzspektraldichtematrix die Werte der Leistungsdichtematrix mit einer Projektionsmatrix $\mathbf{W}(\mathbf{k}_m)$ abzuschätzen, so dass

$$\mathbf{P}_{\text{Capon}}(\omega, \mathbf{k}_m) = \mathbf{W}(\mathbf{k}_m) \mathbf{R}(\omega) \mathbf{W}(\mathbf{k}_m) \quad (\text{A.3})$$

$$\approx \mathbf{P}(\omega, \mathbf{k}_m). \quad (\text{A.4})$$

Damit entsteht das Optimierungsproblem:

$$\mathbf{W}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{R}(\omega) \mathbf{W}(\mathbf{k}) \longrightarrow \text{minimal} \quad (\text{A.5})$$

unter der Nebenbedingung

$$\mathbf{W}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{H}(\mathbf{k}) = \mathbf{I}. \quad (\text{A.6})$$

Mit der Lösung für die Projektionsmatrix $\mathbf{W}(\mathbf{k})$ ergibt sich der Capon-Schätzer für das Wellenvektor-Spektrum

$$\mathbf{P}_{\text{Capon}}(\omega, \mathbf{k}) = \left[\mathbf{H}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{R}^{-1}(\omega) \mathbf{H}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (\text{A.7})$$

Das Wellenteleskop erweitert das Minimierungsproblem und bezieht die Divergenzfreiheit bzw. transversalen Eigenschaften der Magnetfeldfluktuationen $\nabla \cdot \mathbf{b} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{b} = 0$ mit ein. Für den Filter wird gefordert, dass zusätzlich zur gesamten spektralen Energiedichte $\mathbf{R}(\omega)$ die longitudinale Energiedichte $\mathbf{P}_{\text{long}}(\omega, \mathbf{k}) = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{R}(\omega) \mathbf{K}$ minimiert werden soll. Hierbei ist $\mathbf{K} = \mathbf{k}\mathbf{k}/k^2$ eine Projektionsmatrix in Richtung des Wellenvektors. Zur Umsetzung dieser Forderung wird die Matrix

$$\mathbf{V}(\mathbf{k}) = \mathbf{I} + \mathbf{K} \quad (\text{A.8})$$

in Gl. (A.5) ergänzt (Motschmann et al. 1996):

$$\mathbf{W}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{V}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{R}(\omega)\mathbf{V}(\mathbf{k})\mathbf{W}(\mathbf{k}) \longrightarrow \text{minimal.} \quad (\text{A.9})$$

Der Wellenteleskop-Schätzer für das Wellenvektor-Spektrum ist dann

$$\mathbf{P}_{\text{WT}} = \left[\mathbf{V}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{H}^\dagger(\mathbf{k})\mathbf{R}^{-1}(\omega)\mathbf{H}(\mathbf{k})\mathbf{V}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (\text{A.10})$$

A.2 MUSIC Algorithmus

Der MUSIC-Algorithmus (*Multiple Signal Classification*) (Schmidt 1986) unterteilt die Eigenvektoren der hermiteschen Kreuzspektraldichtematrix mithilfe der Eigenwerte in einen Signal-plus-Rauschen- sowie Rauschen-Unterraum. Über die Orthogonalität der Geometrievektoren mit den Eigenvektoren des Rauschens wird das MUSIC-Spektrum aufgebaut.

In der Herleitung des Schätzers betrachtet man zunächst ein skalares Feld $s(\omega, \mathbf{r})$, gemessen an L Positionen, das nun aus M ($M < L$) ebenen Wellen und isotropem Rauschen \mathbf{N} besteht. Der Messvektor $\mathbf{S}(\omega)$ hat somit die Form

$$\mathbf{S}(\omega) = \sum_{m=1}^M \mathbf{h}(\mathbf{k}_m) s(\omega, \mathbf{k}_m) + \mathbf{N}(\omega) \quad (\text{A.11})$$

mit den Geometrievektoren

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_m) = \begin{pmatrix} e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}_1} \\ \vdots \\ e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}_L} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Schreibt man die Geometrievektoren als Spaltenvektoren in einer Matrix

$$\mathbf{A} = [\mathbf{h}(\mathbf{k}_1) \mathbf{h}(\mathbf{k}_2) \cdots \mathbf{h}(\mathbf{k}_M)] \quad (\text{A.13})$$

und die Amplituden in den Vektor

$$\mathbf{Q}(\omega, \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} s(\omega, \mathbf{k}_1) \\ \vdots \\ s(\omega, \mathbf{k}_M) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

so kann der Messvektor $\mathbf{S}(\omega)$ als

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{A}\mathbf{Q}(\omega, \mathbf{k}) + \mathbf{N} \quad (\text{A.15})$$

und die Kreuzspektraldichtematrix als

$$\mathbf{R}(\omega) = \langle \mathbf{S}(\omega) \mathbf{S}^\dagger(\omega) \rangle \quad (\text{A.16})$$

$$= \mathbf{A}^\dagger \langle \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \rangle \mathbf{A} + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (\text{A.17})$$

geschrieben werden.

Der Ausdruck $\langle \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \rangle$ entspricht der spektralen Energiedichte $P(\omega, \mathbf{k})$ des Wellenfeldes. Die Kreuzspektraldichtematrix $\mathbf{R}(\omega)$ ist hermitesch und besitzt L reelle Eigenwerte λ_i ($i = 1, \dots, L$) und orthogonale Eigenvektoren \mathbf{e}_i , d.h. $\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = 0$ für $i \neq j$. In abfallender Reihenfolge, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L$ teilen sich die Eigenwerte in solche, die das Signal-plus-Rauschen ($i = 1, \dots, M$) oder nur das Rauschen ($i = M + 1, \dots, L$) repräsentieren:

$$\lambda_i = \begin{cases} \nu_i + \sigma^2, & i = 1, \dots, M \\ \sigma^2, & i = M + 1, \dots, L \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

Die dazugehörigen Eigenvektoren werden nun in den Signal-plus-Rauschen-Unterraum

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \cdots \mathbf{e}_M], \quad (\text{A.19})$$

und den Rauschen-Unterraum eingeteilt

$$\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{M+1} \mathbf{e}_{M+2} \cdots \mathbf{e}_L]. \quad (\text{A.20})$$

Die Eigenwerte $\lambda_i = \sigma^2$ erfüllen die Eigenwertgleichung

$$\mathbf{R}(\omega) \mathbf{e}_i(\omega) = \sigma^2 \mathbf{e}_i(\omega) \quad (\text{A.21})$$

$$\Leftrightarrow (\mathbf{R}(\omega) - \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{e}_i(\omega) = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\Leftrightarrow (\mathbf{A}^\dagger \langle \mathbf{Q}\mathbf{Q}^\dagger \rangle \mathbf{A}) \mathbf{e}_i = 0. \quad (\text{A.23})$$

Die Eigenwertgleichung kann weiter vereinfacht werden und ist erfüllt, wenn

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_j)^\dagger \cdot \mathbf{e}_i(\omega) = 0, \quad (\text{A.24})$$

für $j = 1, \dots, M$ und $i = M + 1, \dots, L$ ist (Haykin 1991). Das MUSIC-Spektrum wird aus dem Inversen dieser Orthogonalität konstruiert

$$P_{\text{MUSIC}}(\omega, \mathbf{k}) = \left[\sum_{i=M+1}^L |\mathbf{h}^\dagger(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{e}_i|^2 \right]^{-1} \quad (\text{A.25})$$

$$= [\mathbf{h}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^\dagger \mathbf{h}(\mathbf{k})]^{-1}, \quad (\text{A.26})$$

was bei optimaler Orthogonalität zwischen Geometrievektor $\mathbf{h}(\mathbf{k}_j)$ und den Rauschen-Eigenvektoren \mathbf{e}_i zu einer Dirac-Delta-Funktion mit sehr steilen Flanken führt. Dieser ist jedoch einheitenlos und beinhaltet keine Information über die Energiedichte $P(\omega, \mathbf{k}_m)$ der Welle.

Für eine andere Darstellung des Schätzers können alle Eigenvektoren in einer Matrix

$$\mathbf{F} = [\mathbf{E}_s \mathbf{E}_n] = [\mathbf{e}_1 \cdots \mathbf{e}_M \mathbf{e}_{M+1} \cdots \mathbf{e}_L] \quad (\text{A.27})$$

und die Information, ob sich um Signal-plus-Rauschen oder nur Rauschen-Eigenvektor handelt in der Diagonalmatrix

$$\mathbf{L} = \text{diag}(\underbrace{0, \dots, 0}_M, \underbrace{1, \dots, 1}_{L-M}) \quad (\text{A.28})$$

zusammengefasst werden. Damit ergibt sich

$$P_{\text{MUSIC}}(\omega, \mathbf{k}) = \left[\mathbf{h}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{F}(\omega) \mathbf{L} \mathbf{F}^\dagger(\omega) \mathbf{h}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (\text{A.29})$$

Dieser Schätzer setzt, wie schon in Gl. (A.26), voraus, dass die Anzahl M der (echten) Signale bekannt ist. Das ist jedoch nicht immer der Fall. Choi et al. (1993) haben ein Kriterium zur Trennung vorgestellt, mit den Signal- und Rauscheigenwerte selektiert werden können. Sie ersetzen dazu die Matrix \mathbf{L} durch

$$\Lambda^{-n} = \text{diag} \left(\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_L} \right)^{-n}, \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_L} \right)^{-n}, \dots, \left(\frac{\lambda_L}{\lambda_L} \right)^{-n} \right), \quad (\text{A.30})$$

welche alle Eigenwerte mit dem kleinsten Eigenwert (der Varianz des Rauschens σ^2) in Relation setzt. Unter Verwendung von Λ^{-n} entsteht der *Extended MUSIC*-Schätzer

$$P_{\text{EM}}(\omega, \mathbf{k}) = \left[\mathbf{h}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{F}(\omega) \Lambda^{-n} \mathbf{F}^\dagger(\omega) \mathbf{h}(\mathbf{k}) \right]^{-1}. \quad (\text{A.31})$$

Das asymptotische Verhalten $\Lambda^{-n} \rightarrow \mathbf{L}$ wird durch den Exponent $-n$ mit $n \rightarrow \infty$ erreicht. Mit der Analyse künstlicher Signale zeigten Choi et al. (1993), dass mit $n = 2$ eine ausreichende Trennung zwischen Signal und Rauschen erreicht wird. Alle Dispersionsanalysen in dieser Arbeit werden mit $n = 2$ durchgeführt.

A.3 Multi-Point-Signal-Resonator Technik

Die Multi-Point-Signal-Resonator Technik (Narita et al. 2011b) vereint die Energiedichteinformation aus dem Wellenteleskop-Schätzer mit der höheren Empfindlichkeit der Extended-MUSIC Methode und ergänzt im letzteren ebenfalls die Divergenzfreiheit der Magnetfeldfluktuationen. Der vollständige MSR-Schätzer hat die Form

$$\mathbf{P}_{\text{MSR}}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{P_{\text{EM0}}} \mathbf{P}_{\text{EM}}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{P}_{\text{WT}}(\omega, \mathbf{k}) \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{P}_{\text{MSR}}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{P_{\text{EM0}}} \left[\mathbf{V}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{H}^\dagger(\mathbf{k}) \mathbf{F} \Lambda^{-n} \mathbf{F}^\dagger \mathbf{H}(\mathbf{k}) \mathbf{V}(\mathbf{k}) \right]^{-1} \mathbf{P}_{\text{WT}}(\omega, \mathbf{k}) \quad (\text{A.33})$$

Die gesamte spektrale Energiedichte ist gegeben durch

$$P_{\text{MSR}} = \text{Spur}(\mathbf{P}_{\text{MSR}}(\omega, \mathbf{k})). \quad (\text{A.34})$$

Das EM-Spektrum ist dabei auf dessen Maximalwert im Wellenvektorbereich

$$P_{\text{EM0}} = \max(P_{\text{EM}}) \quad (\text{A.35})$$

normiert. Die Verwendung der Matrix $\mathbf{V}(\mathbf{k})$ und damit der Divergenzfreiheit kann in der Filterkonstruktion so interpretiert werden, dass das Rauschen in ein isotropes Rauschen

und eine longitudinale Fluktuationsenergie aufgeteilt wird. Diese longitudinale Fluktuationsenergie ist bei einer Magnetfeldwelle so groß wie ein Drittel der Energie des isotropen Rauschens. Somit teilen sich die Eigenwerte in Gl(A.18) zu

$$\lambda_i = \begin{cases} \nu_i + \sigma_k^2 + \sigma^2, & i = 1, \dots, M \\ \sigma_k^2 + \sigma^2, & i = M + 1, \dots, L \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

Damit wird Orthogonalität des Geometrievektor $\mathbf{h}(\mathbf{k}_j)$ zum Eigenvektor des Eigenwerts $\sigma_k^2 + \sigma^2$ gefordert.

Literaturverzeichnis

- Alexandrova, O., Carbone, V., Veltri, P., Sorriso-Valvo, L., 2008, Small-Scale Energy Cascade of the Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J.*, 674, 1153-1157
- Alexandrova, O., Saur, J., Lacombe, C., Mangeney, A., Mitchell, J., Schwartz, S. J., Robert, P., 2009, Universality of Solar-Wind Turbulent Spectrum from MHD to Electron Scales, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 165003
- Alexandrova, O., Lacombe, C., Mangeney, A., Grappin, R., Maksimovic, M., 2012, Solar wind turbulent spectrum at plasma kinetic scales, *Astrophys. J.*, 760, 121
- Bale, S. D., Kellogg, P. J., Mozer, F. S., Horbury, T. S., Reme, H., 2005, Measurement of the Electric Fluctuation Spectrum of Magnetohydrodynamic Turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 94, 215002
- Balogh, A., Carr, C. M., Acuña, M. H., Dunlop, M. W., Beek, T. J., Brown, P., Fornaçon, K. H., Georgescu, E., Glassmeier, K. H., Harris, J., Musmann, G., Oddy, T., Schwingschuh, K., 2001, The Cluster Magnetic Field Investigation: overview of in-flight performance and initial results, *Ann. Geophys.*, 19, 1207–1217
- Baumjohann, W., Treumann, R. A., 1996, Basic space plasma physics, Imperial College Press, London
- Belcher, J. W., Davis, Jr., L., 1971, Large-amplitude Alfvén waves in the interplanetary medium, 2, *J. Geophys. Res.*, 76, 3534
- Biskamp, D., 2003, Magnetohydrodynamic Turbulence, Cambridge University Press, Cambridge
- Bruno, R., Carbone, V., 2013, The solar wind as a turbulence laboratory, *Liv. Rev. in Solar Phys.*, 10, <http://www.livingreviews.org/lrsp-2013-2> (20.4.2016)
- Capon, J., 1969, High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis, *Proc. IEEE*, 57, 1408–1418
- Chang, O., Peter Gary, S., Wang, J., 2011, Whistler turbulence forward cascade: Three-dimensional particle-in-cell simulations, *Geophys. Res. Lett.*, 38, L22102
- Chen, C. H. K., Mallet, A., Yousef, T. A., Schekochihin, A. A., Horbury, T. S., 2011, Anisotropy of alfvénic turbulence in the solar wind and numerical simulations, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 415, 3219–3226

- Chen, C. H. K., Mallet, A., Schekochihin, A. A., Horbury, T. S., Wicks, R. T., Bale, S. D., 2012, Three-dimensional Structure of Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J.*, 758, 120
- Choi, J., Song, I., Kim, H. M., 1993, On estimating the direction of arrival when the number of signal sources is unknown, *Sig. Process.*, 34, 193–205
- Coleman, Jr., P. J., 1968, Turbulence, Viscosity, and Dissipation in the Solar-Wind Plasma, *Astrophys. J.*, 153, 371
- Comişel, H., Verscharen, D., Narita, Y., Motschmann, U., 2013, Spectral evolution of two-dimensional kinetic plasma turbulence in the wavenumber-frequency domain, *Phys. Plasmas*, 20, 090701
- Comişel, H., Constantinescu, V., Narita, Y., 2014, Origin of the filamentary structure in space plasmas, *Geosci. Lett.*, 1:12, 1–4
- Comişel, H., Motschmann, U., Büchner, J., Narita, Y., Nariyuki, Y., 2015a, Ion-scale Turbulence in the Inner Heliosphere: Radial Dependence, *Astrophys. J.*, 812, 175
- Comişel, H., Narita, Y., Motschmann, U., 2015b, Dispersion relation as a channel of plasma turbulence evolution, *Earth, Planets, and Space*, 67, 32
- Dasso, S., Milano, L. J., Matthaeus, W. H., Smith, C. W., 2005, Anisotropy in Fast and Slow Solar Wind Fluctuations, *Astrophys. J. Lett.*, 635, L181–L184
- Davidson, P. A., 2004, *Turbulence : an introduction for scientists and engineers*, Oxford University Press, Oxford, New York
- Diamond, P. H., 2010, *Modern plasma physics : Volume 1: Physical kinetics of turbulent plasmas*, Cambridge University Press, New York
- Escoubet, C. P., Fehringer, M., Goldstein, M., 2001, Introduction The Cluster mission, *Ann. Geophys.*, 19, 1197–1200
- Fredricks, R. W., 1968, Structure of generalized ion Bernstein modes from the full electromagnetic dispersion relation, *J. Plasma Phys.*, 2, 365–380
- Fung, J. C. H., Hung, J. C. R., Malik, N. A., Perkins, R. J., 1992, Kinematic simulation of homogeneous turbulence by unsteady random Fourier modes, *J. Fluid Mech.*, 236, 281–318
- Gary, S. P., 1993, *Theory of space plasma microinstabilities*, Cambridge atmospheric and space science series, Cambridge University Press, Cambridge
- Gary, S. P., Smith, C. W., 2009, Short-wavelength turbulence in the solar wind: Linear theory of whistler and kinetic Alfvén fluctuations, *J. Geophys. Res.*, 114, A12105
- Gary, S. P., Chang, O., Wang, J., 2012, Forward Cascade of Whistler Turbulence: Three-dimensional Particle-in-cell Simulations, *Astrophys. J.*, 755, 142

- Glassmeier, K. H., Motschmann, U., Dunlop, M., Balogh, A., Acuña, M. H., Carr, C., Musmann, G., Fornaçon, K. H., Schweda, K., Vogt, J., Georgescu, E., Buchert, S., 2001, Cluster as a wave telescope - first results from the fluxgate magnetometer, *Ann. Geophys.*, 19, 1439–1447
- Gloag, J. M., Lucek, E. A., Alconcel, L.-N., Balogh, A., Brown, P., Carr, C. M., Dunford, C. N., Oddy, T., Soucek, J., 2010, The Cluster Active Archive: Studying the Earth's Space Plasma Environment, chap. FGM Data Products in the CAA, pp. 109–128, Springer Netherlands, Dordrecht
- Haykin, S. S., 1991, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- He, J., Tu, C., Marsch, E., Yao, S., 2012, Do Oblique Alfvén/Ion-cyclotron or Fast-mode/Whistler Waves Dominate the Dissipation of Solar Wind Turbulence near the Proton Inertial Length?, *Astrophys. J. Lett.*, 745, L8
- Horbury, T. S., Forman, M. A., Oughton, S., 2005, Spacecraft observations of solar wind turbulence: an overview, *Phys. Plasmas*, 47
- Horbury, T. S., Wicks, R. T., Chen, C. H. K., 2011, Anisotropy in space plasma turbulence: Solar wind observations, *Space Sci. Rev.*, 172, 325–342
- Howes, G. G., TenBarge, J. M., Dorland, W., Quataert, E., Schekochihin, A. A., Numata, R., Tatsuno, T., 2011, Gyrokinetic simulations of solar wind turbulence from ion to electron scales, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 035 004
- Iroshnikov, P. S., 1963, Turbulence of a Conducting Fluid in a Strong Magnetic Field, *Astron. Zh.*, 40, 742
- Jenkins, T. G., Austin, T. M., Smithe, D. N., Loverich, J., Hakim, A. H., 2013, Time-domain simulation of nonlinear radiofrequency phenomena, *Phys. Plasmas*, 20, 012116
- Kaneda, Y., 1993, Lagrangian and eulerian time correlations in turbulence, *Phys. Fluids*, 5, 2835–2845
- Kiyani, K. H., Osman, K. T., Chapman, S. C., 2015, Dissipation and heating in solar wind turbulence: from the macro to the micro and back again, *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 373, 20140 155
- Klein, L., Bruno, R., Bavassano, B., Rosenbauer, H., 1993, Anisotropy and minimum variance of magnetohydrodynamic fluctuations in the inner heliosphere, *J. Geophys. Res.*, 98, 17 461–17 466
- Klein, L. W., Roberts, D. A., Goldstein, M. L., 1991, Anisotropy and minimum variance directions of solar wind fluctuations in the outer heliosphere, *J. Geophys. Res.*, 96, 3779–3788
- Kolmogorov, A. N., 1941, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number, *Dokl. Akad. nauk. SSSR*, 30, 299–303

- Kraichnan, R. H., 1964, Kolmogorov's hypothesis and Eulerian turbulence theory, *Phys. Fluids*, 7, 1723–1734
- Kraichnan, R. H., 1965, Inertial-Range Spectrum of Hydromagnetic Turbulence, *Phys. Fluids*, 8, 1385–1387
- Leith, C. E., 1967, Diffusion approximation to inertial energy transfer in isotropic turbulence, *Phys. Fluids*, 10, 1409
- Marsch, E., 1991, Turbulence in the Solar Wind, pp. 145–156, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg
- Marsch, E., Tu, C.-Y., 1990, On the radial evolution of MHD turbulence in the inner heliosphere, *J. Geophys. Res.*, 95, 8211–8229
- Matthaeus, W. H., Goldstein, M. L., Roberts, D. A., 1990, Evidence for the presence of quasi-two-dimensional nearly incompressible fluctuations in the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 95, 673
- McComas, D. J., Ebert, R. W., Elliott, H. A., Goldstein, B. E., Gosling, J. T., Schwadron, N. A., Skoug, R. M., 2008, Weaker solar wind from the polar coronal holes and the whole sun, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L18 103
- Motschmann, U., 2015, Plasmaphysik, Vorlesungsskript Plasmaphysik, TU Braunschweig
- Motschmann, U., Woodward, T. I., Glassmeier, K. H., Southwood, D. J., Pinçon, J. L., 1996, Wavelength and direction filtering by magnetic measurements at satellite arrays: Generalized minimum variance analysis, *J. Geophys. Res.*, 101, 4961–4966
- Narita, Y., 2012, Plasma Turbulence in the Solar System, Springer
- Narita, Y., 2014, Space-time structure and anisotropy of space plasma turbulence, *Liv. Rev. in Solar Phys.*, eingereicht
- Narita, Y., Glassmeier, K. H., 2005, Dispersion analysis of low-frequency waves through the terrestrial bow shock, *J. Geophys. Res.*, 110, A12215
- Narita, Y., Glassmeier, K. H., 2009, Spatial aliasing and distortion of energy distribution in the wave vector domain under multi-spacecraft measurements, *Ann. Geophys.*, 27, 3031–3042
- Narita, Y., Marsch, E., 2015, Kinetic Slow Mode in the Solar Wind and Its Possible Role in Turbulence Dissipation and Ion Heating, *Astrophys. J.*, 805, 24
- Narita, Y., Glassmeier, K.-H., Sahraoui, F., Goldstein, M. L., 2010, Wave-vector dependence of magnetic-turbulence spectra in the solar wind, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 171 101
- Narita, Y., Sahraoui, F., Goldstein, M. L., Glassmeier, K. H., 2010, Magnetic energy distribution in the four-dimensional frequency and wave vector domain in the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 115, A04101

- Narita, Y., Gary, S. P., Saito, S., Glassmeier, K. H., Motschmann, U., 2011a, Dispersion relation analysis of solar wind turbulence, *Geophys. Res. Lett.*, 38, 5101
- Narita, Y., Glassmeier, K. H., Motschmann, U., 2011b, High-resolution wave number spectrum using multi-point measurements in space - the Multi-point Signal Resonator (MSR) technique, *Ann. Geophys.*, 29, 351–360
- Narita, Y., Comişel, H., Motschmann, U., 2014, Spatial structure of ion-scale plasma turbulence, *Front. Phys.*, 2
- Nicholson, D. R., 1983, *Introduction to plasma theory*, Wiley series in plasma physics, Wiley, New York
- Parker, E. N., 1958, Dynamics of the interplanetary Gas and magnetic fields, *Astrophys. J.*, 128, 663
- Paschmann, G., Fazakerley, A. N., Schwartz, S. J., 1998, Moments of Plasma Velocity Distributions, *ISSI Scientific Reports Series*, 1, 125–158
- Perri, S., Goldstein, M. L., Dorelli, J. C., Sahraoui, F., 2012, Detection of small-scale structures in the dissipation regime of solar-wind turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 109, 191 101
- Perschke, C., Narita, Y., Gary, S. P., Motschmann, U., Glassmeier, K. H., 2013, Dispersion relation analysis of turbulent magnetic field fluctuations in fast solar wind, *Ann. Geophys.*, 31, 1949–1955
- Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U., Glassmeier, K. H., 2014, Multi-spacecraft Observations of Linear Modes and Sideband Waves in Ion-scale Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J. Lett.*, 793, L25
- Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U., Glassmeier, K. H., 2016, Observational test for a random sweeping model in solar wind turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 125 101
- Petrosyan, A., Balogh, A., Goldstein, M. L., Léorat, J., Marsch, E., Petrovay, K., Roberts, B., von Steiger, R., Vial, J. C., 2010, Turbulence in the Solar Atmosphere and Solar Wind, *Space Sci. Rev.*, 156, 135–238
- Pinçon, J. L., Lefeuvre, F., 1991, Local characterization of homogeneous turbulence in a space plasma from simultaneous measurements of field components at several points in space, *J. Geophys. Res.*, 96, 1789–1802
- Podesta, J. J., 2012, The need to consider ion Bernstein waves as a dissipation channel of solar wind turbulence, *J. Geophys. Res.*, 117, A07101
- Podesta, J. J., 2013, Evidence of Kinetic Alfvén Waves in the Solar Wind at 1 AU, *Solar Phys.*, 286, 529–548
- Podesta, J. J., Roberts, D. A., Goldstein, M. L., 2007, Spectral Exponents of Kinetic and Magnetic Energy Spectra in Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J.*, 664, 543

- Rème, H., Aoustin, C., Bosqued, J. M., Dandouras, I., Lavraud, B., Sauvaud, J. A., Barthe, A., Bouyssou, J., Camus, T., Coeur-Joly, O., Cros, A., Cuvilo, J., Ducay, F., Garbarowitz, Y., Medale, J. L., Penou, E., Perrier, H., Romefort, D., Rouzaud, J., Vallat, C., Alcaydé, D., Jacquey, C., Mazelle, C., D’Uston, C., Möbius, E., Kistler, L. M., Crocker, K., Granoff, M., Mouikis, C., Popecki, M., Vosbury, M., Klecker, B., Hovestadt, D., Kucharek, H., Kuenneth, E., Paschmann, G., Scholer, M., Sckopke, N., Seiden-schwang, E., Carlson, C. W., Curtis, D. W., Ingraham, C., Lin, R. P., McFadden, J. P., Parks, G. K., Phan, T., Formisano, V., Amata, E., Bavassano-Cattaneo, M. B., Baldetti, P., Bruno, R., Chionchio, G., di Lellis, A., Marcucci, M. F., Pallochia, G., Korth, A., Daly, P. W., Graeve, B., Rosenbauer, H., Vasyliunas, V., McCarthy, M., Wilber, M., Eli-
asson, L., Lundin, R., Olsen, S., Shelley, E. G., Fuselier, S., Ghielmetti, A. G., Lenn-
artsson, W., Escoubet, C. P., Balsiger, H., Friedel, R., Cao, J.-B., Kovrazhkin, R. A.,
Papamastorakis, I., Pellat, R., Scudder, J., Sonnerup, B., 2001, First multispacecraft
ion measurements in and near the Earth’s magnetosphere with the identical Cluster ion
spectrometry (CIS) experiment, *Ann. Geophys.*, 19, 1303–1354
- Roberts, D. A., Goldstein, M. L., 1991, Turbulence and waves in the solar wind, *Rev.*
Geophys. Supp, 29, 932–943
- Roberts, D. A., Goldstein, M. L., Klein, L. W., Matthaeus, W. H., 1987, The nature and
evolution of magnetohydrodynamic fluctuations in the solar wind: Voyager observati-
ons, *J. Geophys. Res.*, 92, 11 021–11 040
- Roberts, D. A., Goldstein, M. L., Matthaeus, W. H., Ghosh, S., 1992, Velocity shear ge-
neration of solar wind turbulence, *J. Geophys. Res.*, 97, 17 115–17 130
- Roberts, O. W., Li, X., 2015, Evidence of the Ion Cyclotron Resonance at Proton Kinetic
Scales in the Solar Wind, *Astrophys. J.*, 802, 1
- Roberts, O. W., Li, X., Li, B., 2013, Kinetic Plasma Turbulence in the Fast Solar Wind
Measured by Cluster, *Astrophys. J.*, 769, 58
- Roberts, O. W., Li, X., Jeska, L., 2015, A Statistical Study of the Solar Wind Turbulence
at Ion Kinetic Scales Using the k-filtering Technique and Cluster Data, *Astrophys. J.*,
802, 2
- Rönmark, K., 1983, Computation of the dielectric tensor of a Maxwellian plasma, *Phys.*
Plasmas, 25, 699–701
- Rönmark, K. G., 1985, Kinetic theory of plasma waves, *Space Sci. Rev.*, 42, 411–428
- Sahraoui, F., Belmont, G., Goldstein, M. L., Rezeau, L., 2010a, Limitations of multispace-
craft data techniques in measuring wave number spectra of space plasma turbulence, *J.*
Geophys. Res., 115, A04206
- Sahraoui, F., Goldstein, M. L., Belmont, G., Canu, P., Rezeau, L., 2010b, Three Dimensio-
nal Anisotropic k Spectra of Turbulence at Subproton Scales in the Solar Wind, *Phys.*
Rev. Lett., 105, 131101

- Sahraoui, F., Belmont, G., Goldstein, M. L., 2012, New Insight into Short-wavelength Solar Wind Fluctuations from Vlasov Theory, *Astrophys. J.*, 748, 100
- Salem, C. S., Howes, G. G., Sundkvist, D., Bale, S. D., Chaston, C. C., Chen, C. H. K., Mozer, F. S., 2012, Identification of Kinetic Alfvén Wave Turbulence in the Solar Wind, *Astrophys. J. Lett.*, 745, L9
- Sanada, T., 1990, Phase Coherency of Intermittent Turbulent Field, *Prog. Theor. Phys.*, 84, 12–17
- Schekochihin, A. A., Cowley, S. C., Dorland, W., Hammett, G. W., Howes, G. G., Quataert, E., Tatsuno, T., 2009, Astrophysical Gyrokinetics: Kinetic and Fluid Turbulent Cascades in Magnetized Weakly Collisional Plasmas, *Astrophys. J. Supp.*, 182, 310–377
- Schmidt, R. O., 1986, Multiple emitter location and signal parameter estimation, *IEEE Trans. Ant. Prop. AP*, 34, 276–280
- Sorriso-Valvo, L., Carbone, V., Veltri, P., Consolini, G., Bruno, R., 1999, Intermittency in the solar wind turbulence through probability distribution functions of fluctuations, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 1801–1804
- Taylor, G. I., 1938, The Spectrum of Turbulence, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 164, 476–490
- TenBarge, J. M., Podesta, J. J., Klein, K. G., Howes, G. G., 2012, Interpreting Magnetic Variance Anisotropy Measurements in the Solar Wind, *Astrophys. J.*, 753, 107
- Tessein, J. A., Smith, C. W., Vasquez, B. J., Skoug, R. M., 2011, Turbulence associated with corotating interaction regions at 1 au: Inertial and dissipation range magnetic field spectra, *J. Geophys. Res.*, 116, 2156–2202
- Treumann, R. A., Scholer, M., The magnetosphere as a plasma laboratory, the century of space science, pp. 1495–1528
- Verscharen, D., Marsch, E., Motschmann, U., Müller, J., 2012, Parametric decay of oblique alfvén waves in two-dimensional hybrid simulations, *Phys. Rev. E*, 86, 027 401
- Vom Stein, R., Glassmeier, K. H., Dunlop, R., 1992, A configuration parameter for the CLUSTER satellites, Umdruck, TU Braunschweig
- Weygand, J. M., Matthaeus, W. H., Dasso, S., Kivelson, M. G., 2011, Correlation and taylor scale variability in the interplanetary magnetic field fluctuations as a function of solar wind speed, *J. Geophys. Res.*, 116
- Wicks, R. T., Horbury, T. S., Chen, C. H. K., Schekochihin, A. A., 2010, Power and spectral index anisotropy of the entire inertial range of turbulence in the fast solar wind, *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.*, 407, L31–L35

- Wicks, R. T., Mallet, A., Horbury, T. S., Chen, C. H. K., Schekochihin, A. A., Mitchell, J. J., 2013, Alignment and Scaling of Large-Scale Fluctuations in the Solar Wind, Phys. Rev. Lett., 110, 025003
- Wilczek, M., Narita, Y., 2012, Wave-number-frequency spectrum for turbulence from a random sweeping hypothesis with mean flow, Phys. Rev. E, 86, 066308
- Yeh, K. C., 1972, Theory of ionospheric waves, International geophysics series ; 17, Academic Press, New York

Danksagung

Diese Arbeit wäre ohne die fachliche Unterstützung zahlreicher Personen nicht zustande gekommen. Ich möchte meinem Mentor PD Dr. Yasuhito Narita herzlich für die Betreuung danken. Mein großer Dank und Respekt gilt ihm für seinen fachlichen Rat und gewissenhafte Überprüfung meiner Ergebnisse und seinen Schreiben. Ich möchte mich ebenso für die ermöglichten Forschungsaufenthalte in den USA und Österreich bedanken, die Anstrengungen, die die Betreuung aus Graz mit sich brachte, und die Motivation und den Ansporn, die Forschungsergebnisse über Phys. Rev. Lett. zu veröffentlichen.

Prof. Karl-Heinz Glaßmeier und Prof. Uwe Motschmann möchte ich besonders dafür danken, dass sie die Vor-Ort-Betreuung nach Herrn Naritas Wechsel nach Graz übernommen haben und mich mit ihren Kenntnissen auf der experimentellen und theoretischen Seite unterstützt haben.

Mein Dank gilt ebenfalls Prof. Stefan Dreizler als Projektleiter des Sonderforschungsbereichs SFB 963 *Astrophysical flows, instabilities, and turbulence - Astro-FIT*, der die Arbeit im Projekt A3 *Alfvénic impact on heliospheric plasma turbulence* ermöglichte und finanzierte.

Weitere Wissenschaftler, die für meine Arbeit und mein Verständnis der Plasmaturbulenz prägend waren sind Dr. S. Peter Gary, mit dem ich 2012 während meines Forschungsaufenthaltes in Los Alamos zusammenarbeiten konnte; Dr. Daniel Verscharen, der mir bei der Einarbeitung in das Thema Sonnenwindturbulenz eine große Hilfe war; Dr. Zoltán Vörös, der durch seine Vorträge und Gespräche ergänzend zu den Dispersionsrelationen andere Aspekte der Plasmaturbulenz betonte; und Dr. Ferdinand Plaschke, wegen seines tiefen Verständnisses des Wellenteleskops.

Datenanalyse funktioniert nicht ohne aufbereitete, kalibrierte und zur Verfügung gestellte Daten, deshalb seien die MitarbeiterInnen der FGM-, CIS- und ClusterActiveArchive-Teams ebenso dankend erwähnt.

Aus dem Institut für Theoretische Physik möchte ich Herrn Motschmann und seiner Arbeitsgruppe danken, da durch unsere Treffen Zwischenergebnisse diskutiert und Impulse zur Verbesserung der Analyse und Interpretation der Ergebnisse gegeben wurden. Dazu trugen auch die intensiven Gespräche mit Horia Comişel bei, der sich dem Verständnis der Fluktuation der Sonnenwindturbulenz mit dem A.I.K.E.F-Code nähert. Bei Frau Baron möchte ich mich für die angenehme Atmosphäre im Sekretariat und für die Organisationen von Dienstreise-Abrechnungen danken. Ich bedanke mich herzlich bei den (älteren) „Rosettas“ und „Extraterresten“ der AG Glaßmeier am Institut für Geophysik

und extraterrestrische Physik für ihre Anregungen und Diskussionen während der Arbeitsgruppentreffen wichtiger Bestandteil des Arbeitsprozesses waren.

Aus dem IGEP möchte ich ganz besonders Anita Przyklenk und Sebastian Ehmann danken, mit denen ich Sorgen und Freude über die Arbeit und im Privaten teilen kann und konnte, sowie meiner Kollegin Evelyn Liebert, mit der ich viele intensive und inspirierende Gespräche über die CLUSTER-Satelliten, das Wellenteleskop und das Curlometer, dem Konfidenzintervall und Bereichen des alltäglichen Lebens hatte. Darüber hinaus bedanke ich mich bei ihr, Timo Graen und Niklas van Elten für das Korrekturlesen.

Außerhalb von Braunschweig möchte ich ganz besonders meiner Freundin Linda danken, die mich sehr unterstützte. Meiner Familie möchte ich danken, dass sie mir immer den Rücken frei gehalten, sich mit mir gefreut und mich in schwierigen Zeiten aufgebaut hat.

Ich möchte diese Arbeit Prof. Gerd-Hannes Voigt widmen, der, zusammen mit Prof. Joachim Blome, mein Interesse an der Physik an der FH Aachen weckte und förderte, mir bei Fragen zum Wechsel nach Göttingen und Braunschweig zur Seite stand und dem ich sehr dankbar bin, das Abenteuer Weltraumphysik entdeckt zu haben.

Curriculum Vitae

Persönliche Daten

Name: Christopher Perschke
Anschrift: Vahrenwalder Straße 30
30165 Hannover
Geburtstag: 14.05.1986
Geburtsort: Zehdenick
Staatsangehörigkeit: deutsch

Promotion

2012–2016 Promotion, TU Braunschweig; Thema der Promotion: Dispersionseigenschaften magnetischer Fluktuationen auf ionenkinetischen Skalen in der Sonnenwindturbulenz, betreut durch PD. Dr. Yasuhito Narita

Studium

2010 – 2012 Masterstudium Physik, TU Braunschweig
2007 – 2010 Bachelorstudium Physik, Universität Göttingen
2006 – 2007 1 Semester Luft- und Raumfahrttechnik, FH Aachen

Schule

1998 –2005 Strittmatter-Gymnasium Gransee

Publikationen

Perschke, C., Narita, Y., Gary, S. P., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2013, Dispersion relation analysis of turbulent magnetic field fluctuations in fast solar wind, *Ann. Geophys.*, 31, 1949–1955

Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2014, Multi-spacecraft Observations of Linear Modes and Sideband Waves in Ion-scale Solar Wind Turbulence, *Astrophys. J. Lett.*, 793, L25

Richter, I., C. Koenders, C., Auster, H.-U., Frühauff, D., Goetz, C., Heinisch, P., Perschke, C., Motschmann, U., Stoll, B., Altwegg, K., Burch, J., Carr, C., Cupido, E., Eriksson, A., Henri, P., Goldstein, R., Lebreton, J.-P., Mokashi, P., Nemeth, Z., Nilsson, H., Rubin, M., Szegö, K., Tsurutani, B. T., Vallat, C., Volwerk, M. und Glassmeier, K. H., 2015, Observation of a new type of low-frequency waves at comet 67P/Churyumov-Gerasimenko, *Ann. Geophys.*, 33, 1031–1036

Perschke, C., Narita, Y., Motschmann, U. und Glassmeier, K. H., 2016, Observational test for random sweeping model in solar wind turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 125101

Narita, Y., Marsch, E., Perschke, C., Glassmeier, K. H. und Motschmann, U., 2016, Wave-particle resonance condition test for ion-kinetic waves in solar wind, *Ann. Geophys.*, 34, 393–398

Koenders, C., Perschke, C., Glassmeier, K. H., Goetz, C., Richter, I. und Motschmann, U.: Low-Frequency Waves at Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko – Observations Compared to Numerical Simulations (eingereicht bei *Astron. Astrophys.*, 2016)